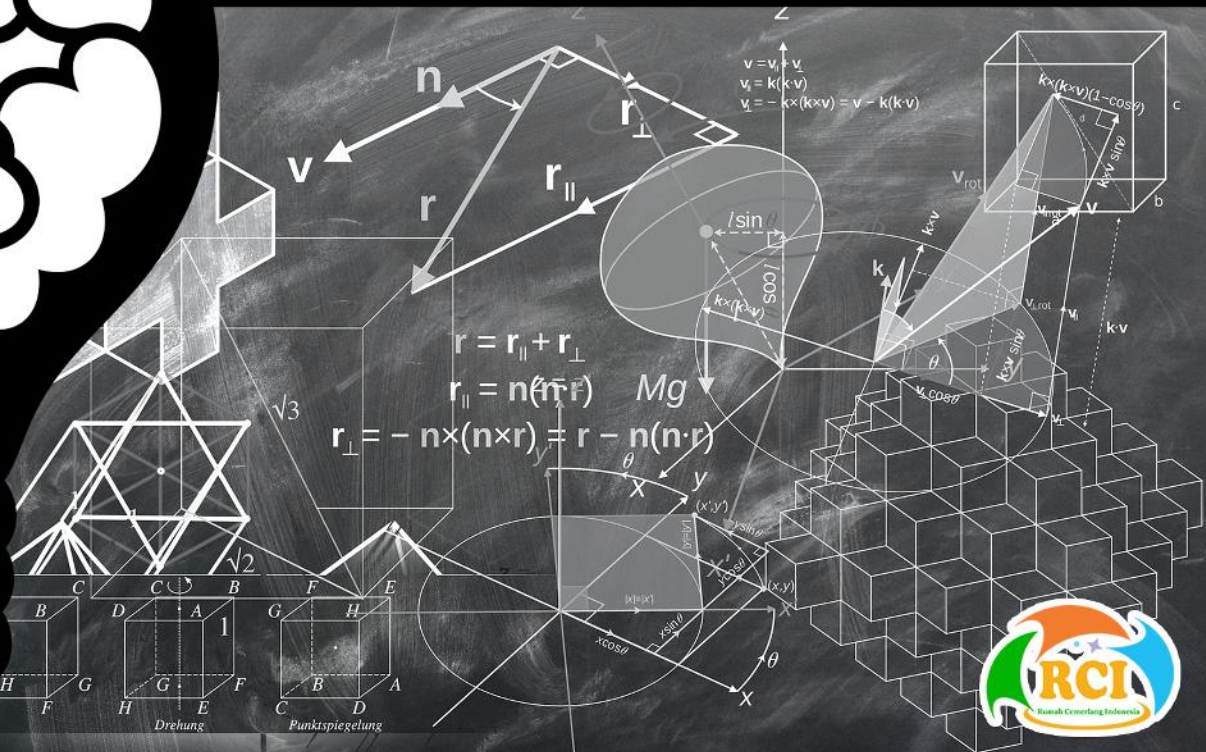


PSIKOLOGI KOGNITIF KOMOGNISI DAN KAPASITAS MEMORI KERJA dalam Pembelajaran Matematika



PSIKOLOGI KOGNITIF, KOMOGNISI DAN KAPASITAS MEMORI KERJA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Ruslimin. A
Yusuf Fuad
Mega Teguh Budiarto



PSIKOLOGI KOGNITIF, KOMOGNISI DAN KAPASITAS MEMORI KERJA DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Penulis:
Ruslimin. A
Yusuf Fuad
Mega Teguh Budiarto

Editor:
Erik Santoso

Layouter :
Tim Kreatif PRCI

Cover:
Ruslimin. A

Cetakan Pertama : Maret 2023

Hak Cipta 2023, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

**Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT**

Pondok Karisma Residence Jalan Raflesia VI D.151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009
Website : www.rcipress.rcipublisher.org
E-mail : rumahcemerlangindonesia@gmail.com

- Cet. I – : Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2023
; 18,2 x 25,7 cm
ISBN : 978-623-448-457-1

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan
cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang
Hak Cipta Pasal 72

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta
Pasal 72

Barang siapa dengan sengaja melanggar dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling sedikit 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp.1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta terkait sebagai dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

Kata Pengantar

Puji syukur kehadiran Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya dan kesehatan yang diberikan-Nya sehingga buku yang berjudul “Psikologi Kognitif, Komognisi dan Memori Kerja dalam Pembelajaran Matematika”, penyusunannya dapat terselesaikan.

Buku ini menarik untuk dikaji karena mencoba mengurai satu persatu tentang konsep komunikasi matematis, kognisi matematis, komognisi, *problem solving*, kapasitas memori kerja, dan implementasi komognisi dan memori kerja pada *Higher Order Thinking Skills* (HOTS). Harapan adanya buku ini diantaranya adalah mahasiswa dan pembaca dapat mengembangkan tesis, antitesis, analisa dan melakukan sintesa terhadap (1) Komognisi (2) *Problem Solving*, (3) Kesalahan dan Miskonsepsi dalam pembelajaran, (4) Kapasitas Memori Kerja, (5) *High Order Thinking Skills* (HOTS), dan (6) Hubungan antara Komognisi, *Problem Solving*, HOTS dengan Kapasitas Memori Kerja.

Tiada gading yang tak retak, seperti peribahasa tersebut, buku ini sudah barang tentu memiliki kekurangan disamping banyak kelebihannya. Buku yang ditulis oleh para penulis yang memiliki semangat tinggi dan mengabadikannya sebagai sejarah hidup. Kenangan tidak bisa dibeli dan ditukar oleh apapun dan kapanpun. Manusia hanya bisa mengurai jari-jarinya dan mengukir nama melalui tinta pena. Semoga buku ini dapat memberi manfaat pada mahasiswa pendidikan matematika, guru matematika, pecinta matematika dan masyarakat pada umumnya serta dihitung sebagai amal jariyah di sisi Allah SWT. Aamiin.

Surabaya, Desember 2022

Penulis

Daftar Isi

Kata Pengantar	iii
Daftar Isi	iv
Pendahuluan	vi
Bab 1. Psikologi Kognitif	
A. Pengertian Psikologi, Kognisi, Ilmu Kognisi, dan Psikologi Kognitif.....	1
B. Penerapan Psikologi Kognitif Dalam Pembelajaran Matematika (Teori Jerome Bruner)	2
Bab 2. Komognisi	
A. Pengertian Komognisi	16
B. Komponen Untuk Menganalisis Komognisi	19
C. Ciri-Ciri Komognisi	24
D. Indikator dan Aspek Kemampuan Komunikasi Mahasiswa	25
E. Indikator Komognisi	26
Bab 3. <i>Problem Solving</i> dalam Pembelajaran Matematika	
A. Pengertian Masalah	29
B. <i>Problem Solving</i> dalam Pembelajaran Matematika	31
C. Pemecahan Masalah Model Polya.....	34
D. Strategi Pemecahan Masalah	41
Bab 4. Kesalahan, Miskonsepsi dan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi dalam Pembelajaran Matematika	
A. Kesalahan dalam Pembelajaran Integral	49
B. Miskonsepsi dalam Pembelajaran Integral	49
C. Faktor-Faktor yang Mempengaruhi dalam Pembelajaran Matematika	54

Bab 5. Kapasitas Memori Kerja	
A. Memori.....	57
B. Memori Kerja.....	68
C. Kapasitas Memori Kerja.....	75
Bab 6. <i>Higher Order Thinking Skill (Hots)</i>	
A. Pengertian High Order Thinking Skills (HOTS)	77
B. Tujuan dan Dasar Konsep High Order Thinking Skills (HOTS)	78
Bab 7. Hubungan Antara Komognisi, <i>Problem Solving</i> , <i>HOTS</i> dengan Kapasitas Memori Kerja	
A. Hubungan Antara Komognis dengan Kapasitas Memori Kerja	80
B. Hubungan Antara <i>Problem Solving</i> dengan Kapasitas Memori Kerja.....	86
C. Hubungan Antara <i>HOTS</i> dengan Kapasitas Memori Kerja	87
Daftar Pustaka	89
Profil Penulis	99

Pendahuluan

Siswa atau mahasiswa sebagai bagian dari populasi “manusia sebagai makhluk sosial” harus mempunyai kemampuan berkomunikasi sehingga dapat berinteraksi dalam kehidupan sosial. Menurut Kuper (2000) bahwa kognisi adalah istilah umum yang mencakup segenap model pemahaman, yakni persepsi, imajinasi, penangkapan makna, penilaian dan penalaran. Chaplin (2002) mengatakan bahwa kognisi merupakan perilaku mental yang berhubungan dengan pemahaman, pengolahan informasi, pemecahan masalah dan keyakinan. Selanjutnya Neisser dalam Muhibbinsyah (2013) mengatakan kognisi adalah pemerolehan, penataan dan penggunaan pengetahuan. Menurut Revlin (2013) kognisi tidak hanya melibatkan hal-hal yang terjadi di dalam kepala kita tetapi juga bagaimana pikiran dan proses mental ini mempengaruhi tindakan. Berdasarkan pendapat di atas kognisi dipahami sebagai proses mental untuk mendapatkan pengetahuan dan dapat diamati melalui perilaku.

Proses psikologi yang didalamnya melibatkan subproses yaitu proses memperoleh, menyusun dan menggunakan pengetahuan, serta kegiatan-kegiatan mental yang terdiri atas beberapa tahapan yaitu mengingat, memahami, mengaplikasikan, menganalisis, mengevaluasi, dan membuat itu dinamakan perkembangan kognitif.

Menurut Vygotsky, pengetahuan, konsep, dan fungsi mental yang lebih tinggi adalah hasil dari budaya. Secara konstan, bagian-bagian yang berbeda ini mengalami modifikasi karena usaha kolektif dari manusia. Vygotsky memandang bahasa sebagai instrumen untuk mengembangkan pemikiran. Itu merupakan persamaan teori Wittgenstein dan Vygotsky yang menunjukkan bahwa belajar matematika dapat difasilitasi oleh makna dan bahasa dalam

wacana masyarakat. Belajar bukanlah terletak di kepala atau di luar individu; itu adalah hasil dari hubungan antara individu dan dunia sosial.

Komunikasi merupakan unsur penting dalam setiap pembelajaran (Wichelt & Kearney, 2009). Menurut Silver dan Smith (1996) Mahasiswa harus dilibatkan secara efektif dalam setiap aktivitas pembelajaran untuk berpikir, berbagi ide dan klasifikasi pemahaman. Komunikasi mengenal kemampuan mahasiswa, melalui gambaran pemahaman terhadap materi yang dipelajari dan kemudian dapat memberi bantuan terhadap kesulitan mahasiswa. Selanjutnya NCTM (2000) komunikasi sebagai proses penting dalam pembelajaran matematika yaitu berkomunikasi untuk belajar matematika dan belajar untuk berkomunikasi secara matematis.

Kaur at al. (2011) mengatakan komunikasi dapat membantu mahasiswa mengembangkan pemahaman mereka terhadap matematika dan mempertajam kemampuan berpikirnya. Ketika siswa atau mahasiswa ditantang untuk berpikir dan mengkomunikasikan hasil pemikiran kepada orang lain sering tidak jelas dan banyak kesalahan. Banyak mahasiswa yang keliru dalam mengungkapkan istilah dan penggunaan kata pada saat menjelaskan definisi matematika secara sistematis. Komunikasi yang kurang tepat diduga akibat perbedaan pola pikir mahasiswa pada saat mereka berada ditingkat sekolah menengah dibanding dengan pada saat berada di perguruan tinggi.

Berdasarkan definisi diatas kognisi dan komunikasi adalah aktivitas yang menawarkan kemungkinan bagi siswa atau mahasiswa untuk mengembangkan pemahaman dalam mempelajari matematika. Faktor kognitif dan komunikasi mempunyai peranan penting bagi keberhasilan anak dalam proses pembelajaran karena sebagian besar aktivitas dalam belajar selalu berhubungan dengan pemahaman dan pemecahan masalah. Pemahaman disini difokuskan pada memahami konsep fakta, konsep, prinsip dan prosedur yang merupakan aspek dalam ranah kognitif dari tujuan

pembelajaran, karena pemahaman konsep juga merupakan pengembangan ilmu matematika yang dimiliki seseorang.

Sfard (2008) menekankan bahwa kognisi dan komunikasi digabungkan dalam pembelajaran matematika, dengan ciri setiap tindakan komunikasi disebut wacana. Secara khusus wacana digunakan adalah penggunaan kata, visual mediator, naratif pendukung, rutinitas.

Selanjutnya memori. Memori adalah elemen pokok dalam sebagian besar proses kognitif (Solso, dkk., 2008). Sternberg (2012) menyebutkan memori adalah sarana yang kita gunakan untuk menyimpan pengalaman masa lalu kita untuk dimanfaatkan sebagai informasi dimasa sekarang. Selanjutnya Baddeley & Hitch (1974) menjelaskan bahwa memori kerja adalah kontruksi teoritis yang digunakan dalam psikologi kognitif untuk merujuk sistem atau mekanisme yang mendasari pemeliharaan informasi yang relevan dengan tugas selama pelaksanaan tugas kognitif.

Memori kerja berkaitan dengan kemampuan kita untuk memproses dan mengingat informasi, serta berbagai aspek kognitif dari tugas penalaran hingga pemahaman verbal (Kane & Engle, 2002). Baddeley (2000) mengungkapkan bahwa memori kerja adalah sistem kapasitas terbatas yang menyediakan penyimpanan sementara dan manipulasi informasi yang diperlukan untuk tugas-tugas kognitif seperti pemahaman, belajar dan bernalar. Dari pernyataan-pernyataan diatas, memori kerja dapat didefenisikan sebagai suatu sistem ingatan yang mampu menyimpan dan memproses penerimaan informasi untuk kemudian dikemukakan kembali dalam mendukung tugas-tugas kognitif seperti berpikir, memecahkan masalah dan memahami bacaan. Dengan demikian, tugas yang melibatkan memori kerja menggabungkan pengingatan informasi dengan melakukan pemrosesan pada informasi tersebut. Salah satu penyebab mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengingat, berhitung dan membaca adalah rendahnya kapasitas

mengingat informasi yang bersifat sementara dalam kapasitas memori kerja (Alloway & Alloway, 2010).

Karena kapasitas memori kerja menyediakan informasi serta berperan dalam pemrosesan informasi, maka diduga seseorang dengan kapasitas memori kerja tinggi dapat memecahkan masalah *open ended* dengan alternatif cara/solusi lebih banyak.

High Order Thinking Skills (HOTS) merupakan suatu proses berpikir peserta didik dalam level kognitif yang lebih tinggi yang dikembangkan dari berbagai konsep dan metode kognitif dan taksonomi pembelajaran seperti metode *problem solving*, taksonomi bloom, dan taksonomi pembelajaran, pengajaran, dan penilaian (Saputra, 2016). *High order thinking skills* ini meliputi di dalamnya kemampuan pemecahan masalah, kemampuan berpikir kreatif, berpikir kritis, kemampuan berargumen, dan kemampuan mengambil keputusan.

Berdasarkan pengalaman penulis mengajar kalkulus yaitu pada materi integral sebagian mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengikuti mata kuliah ini. Ketika penulis bertanya kepada mahasiswa mengenai hasil ujian yang kurang bagus, jawaban mereka bermacam-macam. Ada yang lupa rumusnya, ada yang mengatakan soalnya susah, berbeda dengan di contoh soal. Ketika mahasiswa mengatakan “lupa rumusnya”, hal ini mengartikan bahwa materi yang mereka dapat tidak tersimpan dalam memori jangka panjang. Materi yang tersimpan dalam memori jangka panjang akan tersimpan lama dan dapat dipanggil ulang (*rehearsal*) sewaktu-waktu. Berbeda dengan materi yang tersimpan pada memori kerja/memori jangka pendek akan lebih mudah dilupakan oleh mahasiswa karena kapasitas dalam menyimpan ingatan yang terbatas. Olehnya itu mengenai masalah komognisi dan kapasitas memori kerja akan dibahas lebih jauh dalam buku ini. Selain itu dalam buku ini juga akan dibahas hubungan antara komognisi dengan kapasitas memori kerja, hubungan antara *problem*

solving dengan kapasitas memori kerja dan terakhir hubungan antara *High Order Thinking Skills (HOTS)* dengan kapasitas memori kerja.

Psikologi Kognitif

A. Pengertian Psikologi, Kognisi, Ilmu Kognisi, dan Psikologi Kognitif

Sebelum membahas tentang sejarah Psikologi Kognitif, perlu kita ketahui definisi dari Psikologi Kognitif itu sendiri. Seperti namanya, psikologi kognitif adalah salah satu cabang ilmu psikologi yang secara khusus mempelajari kognisi. Oleh karenanya, untuk memahami apa itu psikologi kognitif, perlu kita pahami definisi dari psikologi, kognisi, dan ilmu kognitif itu sendiri.

Psikologi adalah salah satu bidang ilmu pengetahuan dan ilmu terapan yang mempelajari tentang perilaku, fungsi mental, dan proses mental manusia melalui prosedur ilmiah. Sedangkan Kognisi adalah suatu proses mental yang dengannya seorang individu menyadari dan mempertahankan hubungan dengan lingkungannya baik lingkungan dalam maupun lingkungan luarnya (fungsi mengenal). Bagian-bagian dari proses kognisi bukan merupakan kekuatan yang terpisah-pisah, tetapi sebenarnya ia merupakan cara dari seorang individu untuk berfungsi dalam hubungannya dengan lingkungannya. Proses kognisi meliputi sensasi, persepsi, perhatian ingatan asosiasi, pertimbangan, pikiran dan kesadaran (Yosep, 2007).

Ilmu kognitif adalah ilmu yang mempelajari kognisi. Dengan kata lain, ilmu kognitif adalah cabang ilmu yang mempelajari semua proses sadar maupun tidak yang terlibat dalam usaha memahami sesuatu atau memperoleh pengetahuan. Dalam hal ini, ilmu kognitif memusatkan perhatiannya pada pikiran dan bagaimana pikiran memproses

informasi. Subjek pada ilmu kognitif tidak hanya manusia, tetapi juga pada hewan dan biasanya meneliti kecerdasan mereka.

Oleh karena itu, dapat dikatakan bahwa psikologi kognitif adalah cabang psikologi yang mempelajari tentang pikiran. Psikologi kognitif mempelajari bagaimana manusia menerima, memproses, dan menyimpan informasi. Menurut Braisby and Gellatly (2005), psikologi kognitif dapat dijelaskan pula dengan *subject matter* yang dipelajarinya yaitu sebagai sebuah ilmu yang mempelajari tentang proses berpikir, memori, atensi, persepsi, pemecahan masalah, pengambilan keputusan, dan yang berhubungan dengan proses informasi dan hubungannya dengan perilaku manusia. Psikolog kognitif, berbeda dengan ilmuwan kognitif, lebih memfokuskan studinya untuk mempelajari tiap *subject matter* secara terpisah dibandingkan mempelajarinya secara keseluruhan dan saling terkait. Misalnya, studi tentang memori saja dan mengontrol proses kognitif lainnya guna memahami lebih dalam proses memori ini.

B. Penerapan Psikologi Kognitif Dalam Pembelajaran Matematika (Teori Jerome Bruner)

Jerome S. Bruner (1915) adalah seorang ahli psikologi perkembangan dan ahli psikologi belajar kognitif. Pendekatannya tentang psikologi adalah eklektik. Penelitiannya yang demikian banyak itu meliputi persepsi manusia, motivasi, belajar, dan berpikir. Dalam mempelajari manusia, Ia menganggap manusia sebagai pemproses, pemikir, dan pencipta informasi (dalam Wilis Dahar, 1988).

Jerome S. Bruner dalam teorinya (dalam Suherman E., 2003) menyatakan bahwa belajar matematika akan lebih berhasil jika proses pengajaran diarahkan kepada konsep-konsep dan struktur-struktur yang terbuat dalam pokok bahasan yang diajarkan, di samping hubungan yang terkait antara konsep-konsep dan strukturstruktur. Dengan mengenal konsep dan struktur yang tercakup dalam bahan yang sedang dibicarakan, anak akan memahami materi yang

harus dikuasainya itu. Ini menunjukkan bahwa materi yang mempunyai suatu pola atau struktur tertentu akan lebih mudah dipahami dan diingat anak.

Bruner, melalui teorinya itu (dalam Suherman E., 2003), mengungkapkan bahwa dalam proses belajar anak sebaiknya diberi kesempatan untuk memanipulasi benda-benda (alat peraga). Melalui alat peraga yang ditelitinya itu, anak akan melihat langsung bagaimana keteraturan dan pola struktur yang terdapat dalam benda yang sedang diperhatikannya itu. Keteraturan tersebut kemudian oleh anak dihubungkan dengan keterangan intuitif yang telah melekat pada dirinya.

Dengan memanipulasi alat-alat peraga, siswa dapat belajar melalui keaktifannya. Sebagaimana yang dikemukakan oleh Bruner (dalam Suwarsono, 2002), belajar merupakan suatu proses aktif yang memungkinkan manusia untuk menemukan hal-hal baru di luar (melebihi) informasi yang diberikan pada dirinya. Sebagai contoh, seorang siswa yang mempelajari bilangan prima akan bisa menemukan berbagai hal yang penting dan menarik tentang bilangan prima, sekalipun pada awal mula guru hanya memberikan sedikit informasi tentang bilangan prima kepada siswa tersebut. Teori Bruner tentang kegiatan manusia tidak terkait dengan umur atau tahap perkembangan (berbeda dengan Teori Piaget). Ada dua bagian yang penting dari teori Bruner (dalam Suwarsono, 2002), yaitu :

- a. Tahap-Tahap Dalam Proses Belajar
- b. Teorema-teorema Tentang Cara Belajar dan Mengajar Matematika

Penjelasan tentang kedua bagian tersebut adalah sebagai berikut:

- a. Tahap-Tahap Dalam Proses Belajar

Menurut *Bruner*, jika seseorang mempelajari suatu pengetahuan (Misalnya mempelajari suatu konsep Matematika), pengetahuan itu perlu dipelajari dalam tahap-tahap tertentu, agar pengetahuan itu dapat diinternalisasi dalam pikiran (struktur kognitif) orang tersebut. Proses

internalisasi akan terjadi secara sungguh-sungguh (yang berarti proses belajar terjadi secara optimal) jika pengetahuan yang dipelajari itu dipelajari dalam tiga tahap, yang macamnya dan urutannya adalah sebagai berikut (dalam Suwarsono, 2002) :

1. Tahap enaktif, yaitu suatu tahap pembelajaran sesuatu pengetahuan di mana pengetahuan itu dipelajari secara aktif, dengan menggunakan benda-benda kongkret atau menggunakan situasi yang nyata.
2. Tahap Ikonik, yaitu suatu tahap pembelajaran sesuatu pengetahuan di mana pengetahuan itu direpresentasikan (diwujudkan) dalam bentuk bayangan visual (*visual imagery*), gambar, atau diagram, yang menggambarkan kegiatan konkret atau situasi konkret yang terdapat pada tahap enaktif tersebut di atas.
3. Tahap simbolik, yaitu suatu tahap pembelajaran di mana pengetahuan itu direpresentasikan dalam bentuk simbol-simbol abstrak (*Abstract symbols* yaitu simbol-simbol arbitrer yang dipakai berdasarkan kesepakatan orang-orang dalam bidang yang bersangkutan), baik simbol-simbol verbal (Misalnya huruf-huruf, kata-kata, kalimat-kalimat) lambang-lambang matematika, maupun lambing-lambang abstrak lainnya.

Menurut Bruner, proses belajar akan berlangsung secara optimal jika proses pembelajaran diawali dengan tahap enaktif, dan kemudian jika tahap belajar yang pertama ini telah dirasa cukup, siswa beralih ke kegiatan belajar tahap kedua, yaitu tahap belajar dengan menggunakan modus representasi ikonik, dan selanjutnya, kegiatan belajar itu diteruskan dengan kegiatan belajar tahap ketiga yaitu tahap belajar dengan menggunakan modus representasi simbolik. Sebagai contoh, dalam mempelajari penjumlahan dua bilangan cacah, pembelajaran akan terjadi secara optimal jika mula-mula siswa mempelajari hal itu dengan menggunakan benda benda kongkret (Misalnya menggabungkan 3 kelereng dengan 2 kelereng dan kemudian menghitung banyaknya

kelereng semuanya). Kemudian kegiatan belajar digunakan dengan menggunakan gambar atau diagram yang mewakili 3 kelereng dan 2 kelereng yang digabungkan tersebut (dan kemudian dihitung banyaknya kelereng semuanya, dengan menggunakan gambar atau diagram tersebut). Pada tahap yang kedua ini bisa juga siswa melakukan penjumlahan itu dengan menggunakan pembayangan visual (*visual imagery*) dari kelereng-kelereng tersebut. Pada tahap berikutnya, siswa melakukan penjumlahan kedua bilangan itu dengan menggunakan lambang-lambang bilangan yaitu $4 + 3 = 7$ (dalam Suwarsono, 2002) .

Di SLTP, dalam mempelajari irisan dua himpunan, siswa dapat mempelajari konsep tersebut dengan mula-mula menggunakan contoh nyata (konkret, misalnya dengan mengumpulkan data tentang siswa-siswa yang pergi ke sekolah dengan naik sepeda dan siswa-siswa yang menyukai olahraga basket (sebagai contoh), dan kemudian menentukan siswa-siswa yang pergi ke sekolah dengan naik sepeda dan menyukai olahraga basket. Keadaan itu kemudian digambarkan dengan diagram venn. Selanjutnya, irisan dua himpunan dapat didefinisikan secara simbolik (dengan lambang-lambang), baik dengan lambang-lambang verbal (kata-kata, kalimat-kalimat) maupun dengan lambang-lambang matematika (Dalam hal ini notasi pembentuk himpunan) (dalam Suwarsono, 2002).

b. Teorema-Teorema Tentang Cara Belajar Dan Mengajar Matematika

Menurut Bruner ada empat prinsip prinsip tentang cara belajar dan mengajar matematika yang disebut teorema. Keempat teorema tersebut adalah teorema penyusunan (*Construction theorem*), teorema notasi (*Notation theorem*), teorema kekontrasan dan keanekaragaman (*Contrast and variation theorem*), teorema pengaitan (*Connectivity theorem*) (dalam Suherman E., 2003).

a) Teorema penyusunan (*Construction theorem*)

Teorema ini menyatakan bahwa bagi anak cara yang paling baik untuk belajar konsep dan prinsip dalam matematika adalah dengan melakukan penyusunan representasinya. Pada permulaan belajar konsep pengertian akan menjadi lebih melekat apabila kegiatan yang menunjukkan representasi konsep itu dilakukan oleh siswa sendiri.

Dalam proses perumusan dan penyusunan ide-ide, apabila anak disertai dengan bantuan benda-benda konkrit mereka lebih mudah mengingat ide-ide tersebut. Dengan demikian, anak lebih mudah menerapkan ide dalam situasi nyata secara tepat. Dalam hal ini ingatan diperoleh bukan karena penguatan, akan tetapi pengertian yang menyebabkan ingatan itu dapat dicapai. Sedangkan pengertian itu dapat dicapai karena anak memanipulasi benda-benda konkrit. Oleh karena itu pada permulaan belajar, pengertian itu dapat dicapai oleh anak bergantung pada aktivitas-aktivitas yang menggunakan benda-benda konkrit.

Contoh, untuk memahami konsep penjumlahan misalnya $3 + 4 = 7$, siswa bisa melakukan dua langkah berurutan, yaitu 3 kotak dan empat kotak pada garis bilangan. Dengan mengulangi hal yang sama untuk dua bilangan yang lainnya anak-anak akan memahami konsep penjumlahan dengan pengertian yang mendalam.

b) Teorema Notasi

Teorema notasi mengungkapkan bahwa dalam penyajian konsep, notasi memegang peranan penting. Notasi yang digunakan dalam menyatakan sebuah konsep tertentu harus disesuaikan dengan tahap perkembangan kognitif siswa. Ini berarti untuk menyatakan sebuah rumus misalnya, maka notasinya harus dapat dipahami oleh anak, tidak rumit dan mudah dimengerti.

Sebagai contoh pada permulaan konsep fungsi diperkenalkan pada anak SD kelas-kelas akhir, notasi yang sesuai menyatakan fungsi $\blacksquare = 2\blacktriangle + 3$, untuk tingkat yang lebih

tinggi misalnya siswa SMP notasi fungsi dituliskan $y = 2x + 3$, setelah anak memasuki SMA atau perguruan tinggi Notasi fungsi dituliskan dengan $f(x) = 2x + 3$.

Notasi yang diberikan tahap demi tahap ini sifatnya berurutan dari yang paling sederhana sampai yang paling sulit. Urutan penggunaan notasi disesuaikan dengan tingkat perkembangan kognitif anak.

c) Teorema pengkontrasan dan keanekaragaman

Dalam teorema ini dinyatakan bahwa dalam mengubah dari representasi konkret menuju representasi yang lebih abstrak suatu konsep dalam matematika, dilakukan dengan kegiatan pengontrasan dan keanekaragaman. Artinya agar suatu konsep yang akan dikenalkan pada anak mudah dimengerti, konsep tersebut disajikan dengan mengontraskan dengan konsep-konsep lainnya dan konsep tersebut disajikan dengan beranekaragam contoh. Dengan demikian anak dapat memahami dengan mudah karakteristik konsep yang diberikan tersebut.

Untuk menyampaikan suatu konsep dengan cara mengontraskan dapat dilakukan dengan menerangkan contoh dan bukan contoh. Sebagai contoh untuk menyampaikan konsep bilangan ganjil pada anak diberikan padanya bermacam-macam bilangan, seperti bilangan ganjil, bilangan genap, bilangan prima, dan bilangan lainnya selain bilangan ganjil. Kemudian siswa diminta untuk menunjukkan bilangan-bilangan yang termasuk contoh bilangan ganjil dan contoh bukan bilangan ganjil.

Sebagai contoh lain, untuk menjelaskan pengertian persegi panjang, anak harus diberi contoh bujursangkar, belah ketupat, jajar genjang dan segiempat lainnya selain persegi panjang. Dengan demikian anak dapat membedakan apakah segiempat yang diberikan padanya termasuk persegi panjang atau tidak.

Dengan contoh soal yang beranekaragam, kita dapat menanamkan suatu konsep dengan lebih baik daripada hanya contoh-contoh soal yang sejenis saja. Dengan

keanekaragaman contoh yang diberikan siswa dapat mengenal dengan jelas karakteristik konsep yang diberikan kepadanya. Misalnya, dalam pembelajaran konsep persegi panjang, persegi panjang sebaiknya ditampilkan dengan berbagai contoh yang bervariasi, misalnya ada persegi panjang yang posisinya bervariasi (ada yang kedua sisinya yang berhadapan terletak horisontal dan dua sisi yang lainnya vertikal, ada yang posisinya miring, dan sebagainya).

d) Teorema pengaitan (Konektivitas)

Teorema ini menyatakan bahwa dalam matematika antara satu konsep dengan konsep lainnya terdapat hubungan yang erat, bukan saja dari segi isi, namun juga dari segi rumus-rumus yang digunakan. Materi yang satu mungkin merupakan prasyarat bagi yang lainnya, atau suatu konsep tertentu diperlukan untuk menjelaskan konsep lainnya. Misalnya konsep dalil *Pythagoras* diperlukan untuk menentukan *tripel Pythagoras* atau pembuktian rumus kuadratis dalam trigonometri.

Guru harus dapat menjelaskan kaitan-kaitan tersebut pada siswa. Hal ini penting agar siswa dalam belajar matematika lebih berhasil. Dengan melihat kaitankaitan itu diharapkan siswa tidak beranggapan bahwa cabang-cabang dalam matematika itu sendiri berdiri sendiri-sendiri tanpa keterkaitan satu sama lainnya.

Perlu dijelaskan bahwa keempat teorema tersebut di atas tidak dimaksudkan untuk diterapkan satu persatu dengan urutan seperti di atas. Dalam penerapannya, dua teorema atau lebih dapat diterapkan secara bersamaan dalam proses pembelajaran suatu materi matematika tertentu. Hal tersebut bergantung pada karakteristik dari materi atau topik matematika yang dipelajari dan karakteristik dari siswa yang belajar.

1. Aplikasi Teori Belajar Bruner dalam Pembelajaran Matematika

Dalam bagian ini akan dibahas bagaimana menerapkan belajar penemuan pada siswa, ditinjau dari segi pendekatan, metoda, tujuan, serta peranan guru (dalam Wilis R.,1988).

a. Pendekatan Spiral dalam Pembelajaran Matematika

Disebabkan oleh adanya peningkatan taraf kemampuan berfikir para siswa sesuai dengan perkembangan kedewasaan atau kematangan mereka, Bruner (dalam Suwarsono, 2002) menganjurkan digunakannya pendekatan spiral (*Spiral approach*) dalam pembelajaran matematika. Maksudnya, sesuatu materi matematika tertentu seringkali perlu diajarkan beberapa kali pada siswa yang sama selama kurun waktu siswa tersebut berada di sekolah, tetapi dari saat pembelajaran yang satu ke saat pembelajaran berikutnya terjadi peningkatan dalam tingkat keabstrakan dan kompleksitas dari materi yang dipelajari, termasuk peningkatan dalam keformalan sistem notasi yang digunakan. Sebagai contoh, pada suatu saat siswa SLTP mempelajari fungsi yang daerah asal dan daerah kawannya berupa himpunan yang berasal dari kehidupan sehari-hari, dan dengan system notasi yang masih sederhana. Pada suatu saat di kemudian hari, siswa yang sama mempelajari fungsi untuk kedua kalinya, tetapi dengan melibatkan daerah asal dan daerah kawan yang berupa himpunan bilangan, dengan sistem notasi yang lebih formal. Pada saat berikutnya, pembahasan tentang fungsi bisa ditingkatkan lagi baik dalam hal kerumitan materi, variasi (kelengkapan) materi, maupun dalam sistem notasi yang digunakan. Peningkatan dalam hal materi pembelajaran dan sistem notasi tersebut diupayakan seiring dengan peningkatan kemampuan dan kematangan siswa dalam berpikir, sesuai dengan perkembangan kedewasaan atau kematangan siswa.