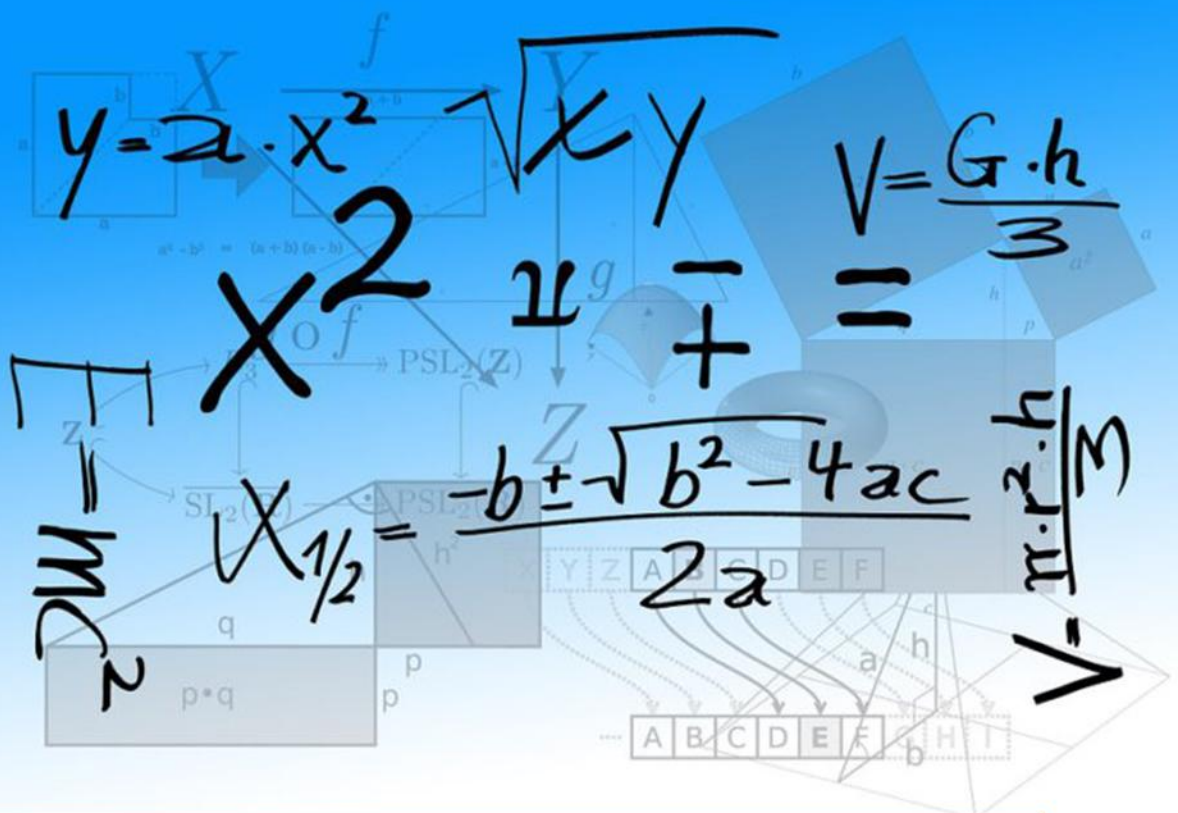




JENIS-JENIS KONEKSI MATEMATIKA PADA ALJABAR

Junarti
Yeti Novela
Anis Umi Khoirotulnisa
Eva Dwi Puspita Sari
Novi Mayasari
Okvan Veri Mardianto
Nur Rohman



JENIS-JENIS KONEKSI MATEMATIKA PADA ALJABAR

JENIS-JENIS KONEKSI MATEMATIKA PADA ALJABAR

Junarti
Yeti Novela
Anis Umi Khoirotulnisa
Eva Dwi Puspita Sari
Novi Mayasari
Okvan Veri Mardianto
Nur Rohman



JENIS-JENIS KONEKSI MATEMATIKA PADA ALJABAR

Penulis:
Junarti
Yeti Novela
Anis Umi Khoirotulnisa
Eva Dwi Puspita Sari
Novi Mayasari
Okvan Veri Mardianto
Nur Rohman

Editor:
Erik Santoso

Layouter :
Tim Kreatif PRCI

Cover:
Rusli

Cetakan Pertama : Desember 2022

Hak Cipta 2022, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT

Pondok Karisma Residence Jalan Raflesia VI D.151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009

Website : www.rcipress.rcipublisher.org
E-mail : rumahcemerlangindonesia@gmail.com

Copyright © 2022 by Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
All Right Reserved

- Cet. I – : Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2022
; 18 x 25 cm
ISBN : 978-623-448-349-9

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan
cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang
Hak Cipta Pasal 72

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta
Pasal 72

Barang siapa dengan sengaja melanggar dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling sedikit 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp.1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta terkait sebagai dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

KATA PENGANTAR

Aljabar merupakan bagian dari matematika yang banyak dibutuhkan dalam Kehidupan kita sehari-hari maupun pada kegiatan belajar di sekolah. Bagi kita yang memiliki pengalaman sebagai pengajar matematika sekolah menengah, ini bukan bagian yang sangat asing dialami dalam proses belajar mengajar. Kurangnya pengetahuan guru matematika dan siswa di sekolah menengah menjadi alasan kami untuk mencoba melakukan penelitian dan menyajikan hasil penelitian tentang beberapa jenis koneksi matematika yang sering dihadapi siswa ketika melakukan proses belajar mengajar di sekolah menengah. Volume ini dapat membantu menjawab pertanyaan-pertanyaan tentang jenis-jenis koneksi matematika, jenis struktural, koneksi representatif, koneksi procedural, koneksi implikasi, koneksi generalisasi, koneksi hirarkti, dan koneksi dalam dunia nyata

Ide kajian dalam buku ini bersifat empiris, teoritis dan kualitatif. Perkembangan ide-ide matematika melalui hasil penelitian, dapat membantu mencerahkan bagi kita yang tertarik dalam koneksi matematika. Ide-ide ini menyoroti tiga jenis koneksi matematika yang dapat dimungkinkan dihadapi siswa di sekolah menengah tinggi terkait koneksi matematika. Diharapkan, melalui buku referensi ini dapat membantu mengkoneksikan secara representasi, secara procedural dan penerapannya pada kehidupan sehari-hari.

Oleh karena itu, bagian utama buku ini bersifat empiris yang berdasarkan pengalaman pada penelitian dan pengembangan yang dilakukan oleh penulis. Salah satu kunci dari buku ini adalah perhatian tidak hanya pada konten aljabar sekolah menengah, namun juga pada kehidupan sehari-hari. Selain itu, dampak timbal balik ini membuat koneksi dari matematika lanjutan ke matematika sekolah menengah dan dari matematika sekolah menengah ke matematika lanjutan tidak hanya terfokus pada tiga jenis koneksi tetapi juga pada jenis-jenis ide-ide aljabar yang dituangkan pada berbagai bentuk-bentuk persamaan linier satu variabel.

Berdasarkan dua sudut pandang teori dan empiris yang ketat, dapat diambil kesimpulan oleh penulis sebagai bentuk implikasi pengajaran untuk menguji secara praktis terhadap persiapan dan pengalaman belajar profesional guru matematika sekolah menengah maupun universitas. Dengan demikian, buku ini merupakan salah satu alasan utama untuk meningkatkan kualitas pendidikan matematika melalui penelitian sehingga diharapkan berdampak pada praktik di lapangan sebagai ujung tombaknya. Kami ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada penulis pada bab-bab dalam volume ini dan tentu saja kepada editor, yang telah menciptakan perpaduan penelitian dan praktek.

Desember 2022, Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	I
DAFTAR ISI	II
JENIS-JENIS KONEKSI MATEMATIKA PADA ALJABAR ABSTRAK	1
A. Pendahuluan	1
B. Pengertian Koneksi Matematika	4
C. Kategori Koneksi Matematika Berdasarkan Perspektif Teori	6
D. Jenis-jenis koneksi pada aljabar abstrak	10
1. Koneksi Representasi	12
2. Koneksi Struktural	14
3. Koneksi Prosedural	15
4. Koneksi Implikasi (Koneksi Jika-maka)	16
5. Koneksi Generalisasi	17
6. Koneksi Hirarki	18
E. Simpulan	18
F. Daftar Pustaka	19
KONEKSI REPRESENTASI PADA MATERI PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL	24
A. Pendahuluan	24
B. Perspektif Teori tentang Kemampuan Koneksi Matematis	26
1. Koneksi Matematis	26
2. Koneksi Representasi	28
3. Materi Persamaan Linear Satu Variabel	30
4. Koneksi Representasi pada Materi Persamaan Linear Satu Variabel	32
C. Kerangka Berpikir	34
D. Pemecahan Masalah	36
E. Hasil Koneksi Matematis pada Materi Persamaan Linier Satu Variabel	41
F. Penutup	119
G. Daftar Pustaka	121
KONEKSI PROSEDURAL PADA MATERI PERSAMAAN LINEAR SATU VARIABEL	124
A. Pendahuluan	124
B. Prespektif Teori Koneksi Matematis Jenis Prosedural	126
1. Koneksi Matematis	126
2. Koneksi Prosedural	127
3. Bentuk-bentuk Persamaan Linier Satu Variabel (PLSV)	128
4. Koneksi Prosedural pada Persamaan Linier Satu Variabel	133
C. Kerangka Berpikir	134
D. Proses Pemecahan Masalah	136
E. Fokus Pembahasan	137
F. Hasil Koneksi Prosedural Pada Materi Persamaan Linear Satu Variabel	140
1. Paparan Kemampuan Koneksi Matematis Secara Prosedural	143
2. Paparan Profil Koneksi Matematis Secara Prosedural	214
G. Penutup	217

H.	Daftar Pustaka	218
KONEKSI PADA KEHIDUPAN DUNIA NYATA DALAM PERSAMAAN LINIER SATU VARIABEL		
A.	Pendahuluan	221
B.	Prespektif Teori tentang Koneksi matematis	223
C.	Materi persamaan linear satu variabel	225
D.	Beberapa contoh soal cerita PLSV yang terkait pada kehidupan sehari-hari	226
E.	Proses Pemecahan Masalah	227
F.	Hasil Kemampuan Koneksi pada Kehidupan Dunia Nyata dalam Persamaan Linier Satu Variabel	231
G.	Penutup	244
H.	Daftar Pustaka	245

Jenis-Jenis Koneksi Matematika Pada Aljabar Abstrak

A. Pendahuluan

Materi aljabar sudah dikenalkan siswa sejak di bangku taman kanak-kanak dalam bentuk yang sangat sederhana, misalnya “satu bola digabungkan satu bola, maka akan menjadi dua bola”. Bentuk seeperti ini ketika sudah meningkat pada sekolah dasar siswa sudah dikenalkan menjadi bentuk penjumlahan dari bilangan bulat seperti “ $1 + 1 = 2$ ”, begitu seterusnya hingga sekolah menengah atas siswa sudah mulai dikenalkan dalam bentuk himpunan, gabungan dua himpunan, macam-macam himpunan, relasi, fungsi, jenis-jenis fungsi, komposisi fungsi, sifat tertutup pada suatu himpunan terhadap operasi biner, sifat asosiatif, sifat komutatif, sifat adanya elemen identitas untuk setiap elemen himpunan terhadap suatu operasi biner, sifat pada setiap elemen suatu himpunan dengan operasi biner tertentu adanya elemen invers, dan himpunan permutasi, dan lain sebagainya. Materi aljabar ini hingga pada tingkatan Perguruan Tinggi masih tetap dipelajari kembali walaupun pembahasannya lebih analitis yang banyak dituangkan pada mata kuliah aljabar abstrak. Menurut Wasserman (2017) bahwa sebagian besar isi matematika sekunder (matematika sekolah) dapat dipandang sebagai struktur aljabar atau aljabar abstrak.

Aljabar elementer yang diberikan di sekolah terdapat kesinambungan dengan aljabar abstrak pada di perguruan tinggi (Wasserman, 2017). Aljabar abstrak merupakan aspek penting dari pemikiran aljabar untuk siswa sekolah menengah maupun pada perguruan tinggi, hingga pemahaman aljabar abstrak dapat mempengaruhi pembelajaran struktur pada aljabar elementer (Wasserman, 2014; Wasserman, 2017). Oleh karena itu bagi calon guru matematika (mahasiswa LPTK) pemahaman akan struktur pada aljabar hmenjadi penting untuk dimiliki (Saragih, 2019).

Aljabar abstrak merupakan kajian generalisasi struktur dari aljabar abstrak yang diperlukan untuk penalaran aljabar (Wasserman, 2016). Aljabar abstrak juga menginformasikan sifat memecahkan persamaan, menyederhanakan ekspresi, dan mengalikan polinomial sebagai pengetahuan penting untuk dimiliki guru ataupun calon guru matematika (Baldinger, 2015). Hal ini memberikan gambaran singkat bahwa aljabar abstrak merupakan gagasan struktur menjadi bagian penting dalam memecahkan masalah matematika dan pada pengajaran matematika.

Beberapa hasil kajian dari penelitian terdahulu menunjukkan banyaknya siswa mengalami kesulitan pada konsep aljabar dasar di sekolah menengah maupun di universitas misalnya pada hasil kajian Faizah (2019), Ikramuddin (2017), Novotná & Hoch (2008), Wasserman (2014), Wasserman (2017). Salah satu kesulitannya yaitu pada ketidakmampuan mahasiswa mengkoneksikan

aljabar dasar dengan aljabar universitas (Cook, 2012; Suominen, 2015; Suominen, 2018; Wasserman, 2018). Ketidakmampuan ini juga ditemukan pada kajian Arnawa (2009), Capaldi (2014), Ikramuddin (2017) yang menyakan bahwa aljabar abstrak merupakan mata kuliah yang sulit untuk dipelajari dan sulit untuk diajarkan.

Bentuk konsepnya yang abstrak dengan bentuk contoh-contoh yang berkenaan dengan konsep tidak dikenal baik oleh mahasiswa (Listiawati, 2015; Setyaningsih, 2015; Warli, 2016) ini juga ditemukan menjadi penyebab kesulitannya. Selain itu karena ide-ide yang dikaji abstrak, kadang kala juga ditemukan ide abstrak tersebut yang tidak semuanya dapat ditampilkan secara riil sehingga sulit untuk dimengerti oleh siswa (Haryono dkk, 2013; Rubowo & Wulandari, 2017). Kesulitan lainnya misalnya pada saat mahasiswa tidak dapat membedakan antara himpunan dan elemen himpunan (Junarti dkk, 2019; Mason dkk, 2009; Suominen, 2018; Selden & Selden dalam Simpson & Stehlikova, 2006, hal. 348). Selain itu kurangnya mahasiswa fokus pada struktur operasi biner yang diberikan (Hart dalam Simpson & Stehlikova, 2006; Junarti dkk, 2019; Rahayuningsih, 2018; Rahayuningsih & Feriyanto 2018), dan kesulitan lainnya adanya ketidakmampuan mahasiswa merasakan struktur sifat (property) pada operasi biner (Junarti dkk, 2019).

Bukti empiris lain yang dapat menunjukkan kesulitan yang dialami mahasiswa ini ketika pada pemahaman gagasan struktural dalam aritmatika (Linchevski & Livneh dalam Thom, 2018, hal.5). Gagasan struktur ini juga ditemukan pada aljabar abstrak, seperti pada kajian Suominen (2018) bahwa pada aljabar abstrak juga menyediakan struktur untuk aljabar dasar. Kesulitan lainnya dikarenakan bahwa komponen struktur pada aljabar sekolah menengah merupakan komponen dari beberapa komponen struktur pada aljabar abstrak yang belum dipahami dengan baik oleh mahasiswa (Novotná dkk, 2008; Suominen, 2015; Suominen, 2018). Ketidakmampuan dan kesulitan-kesulitan mahasiswa atau siswa di atas menunjukkan bahwa struktur abstrak yang sama atau yang mirip atau yang berbeda bisa menyebabkan struktur yang dirasakan tidak sama, sehingga hubungan yang terjadi antar struktur yang terbangun mahasiswa tidak dapat mengkoneksikan. Hal ini, menunjukkan bahawa mahasiswa/siswa tidak mampu mengkoneksikan antar ekspresi, struktur, ide atau gagasan antar konsep yang terjadi pada matematika. Ketidakmampuan mahasiswa mengenal ekspresi yang berbeda atau sama, dimungkinkan mahasiswa tidak mampu menangkap konsep yang terjadi. Dengan demikian koneksi matematika baik koneksi secara vertikal yang bisa terjadi di seluruh disiplin ilmu matematika tidak dapat dilakukan dengan baik (Montclair dkk, 2017).

Pentingnya struktur pada aljabar abstrak secara psikologis, merupakan suatu relasi yang menghubungkan antara unsur-unsur atau bagian-bagian yang

telah dibedakan sendiri, ketika hubungan dilihat sebagai instantiasi sifat yang dapat menghubungkan menjadi bagian dari struktur (Mason, 2009). Hubungan sebagai instansiasi sifat yang terjadi dalam aljabar abstrak menjadi bagian dari struktur dalam mengenali ekspresi, mengenali operasi, mengenali cara memanipulasi sampai dengan mampu mengkoneksikan antar sifat dari suatu aksioma grup serta mampu memanipulasi melalui hubungan yang terjadi secara benar dan tepat menjadi bagian penting dalam suatu pemahaman maupun pada pemecahan masalah matematika. Hal ini bersesuaian dengan Suominen (2018), bahwa koneksi matematika antara aljabar abstrak dan matematika sekolah menengah melibatkan kesamaan struktural. Dengan demikian koneksi dalam struktur yang dipelajari menjadi bagian ini tidak kalah penting untuk diperhatikan dalam proses pembelajaran aljabar abstrak.

Proses pembelajaran aljabar abstrak menjadi perbandingan dari berbagai struktur pada matematika (Suominen, 2015) dan seringkali belajar aljabar abstrak dimulai dengan definisi atau aksiomatis yang diikuti oleh beberapa contoh umum untuk mengilustrasikan dampak aksioma, contoh dalam himpunan terbatas, dengan koneksi ke himpunan bilangan yang lebih dasar dan umum, serta operasi aritmatika yang familiar (misalnya, operasi penjumlahan pada bilangan bulat) (Wasserman, 2016). Selanjutnya kadangkala ketika mengilustrasikan aksioma tersebut dan beberapa kepentingan kolektif digunakan pula koneksi yang sering tidak spesifik (Wasserman, 2016). Dengan demikian ketidakmampuan mengkoneksikan secara spesifik, dapat menjadi penghambat dalam proses pemahaman materi selanjutnya ataupun pada pemecahan masalah matematika.

Penggambaran pada kajian Suominen (2015) tentang struktur dalam himpunan dan beberapa jenis sifat yang berada pada himpunan, struktur sebagai pembanding dan sifat-sifatnya, struktur sebagai semua sifat yang dipelajari ini menunjukkan pentingnya struktur untuk mempermudah pemahaman dalam belajar aljabar abstrak. Contoh ini, menunjukkan bahwa pentingnya “struktur” sebagai koneksi (Suominen, 2015). Dengan demikian ketika dalam pembelajaran aljabar abstrak, secara eksplisit sering berkonsentrasi pada pengembangan kemampuan siswa untuk mengenali koneksi struktural.

Baldinger (2015; 2018), Souminen (2015) mengidentifikasi koneksi antara aljabar abstrak dan matematika sekolah; Zbiek dan Heid (2018) membuat koneksi dari kelas sekunder ke kursus aljabar abstrak dengan pendekatan aktivitas matematika. Selanjutnya Baldinger (2015) menunjukkan adanya dampak memahami koneksi dapat memungkinkan sebagai pilihan guru (calon guru) dalam mengajar bagaimana memahami aksioma grup, sehingga dalam pengajarannya dapat menggeser pemahaman guru (calon guru) dalam memecahkan persamaan. Koneksi matematika juga dapat meningkatkan pemahaman mahasiswa atau membantu mahasiswa membangun pemahaman

baru dari pengetahuan sebelumnya pada matematika dasar (matematika sekolah) (Suominen, 2015).

Berdasarkan beberapa kajian penelitian terdahulu tentang kesulitan-kesulitan siswa/mahasiswa dalam mempelajari aljabar atau aljabar abstrak yang ditemukan, serta pentingnya koneksi pada pemahaman matematika, dan adanya jenis koneksi struktural yang dibutuhkan dalam belajar aljabar abstrak. Dengan demikian menjadikan munculnya pemikiran adakah jenis koneksi matematika pada aljabar abstrak selain koneksi struktural? Jenis-jenis koneksi matematika mana sajakah yang dibutuhkan dalam belajar aljabar abstrak? Pada kajian ini akan dilakukan studi pustaka untuk menggali jenis-jenis koneksi matematika yang dibutuhkan pada aljabar abstrak.

Tujuan pada kajian ini sebagai upaya untuk mempromosikan koneksi matematika dalam meningkatkan pembelajaran maupun meningkatkan pemahaman aljabar abstrak agar dapat membantu pemahaman dan pemecahan masalah aljabar abstrak. Selain itu diharapkan melalui jenis koneksi pada aljabar abstrak ini dapat digunakan untuk pengembangan perspektif struktural dan perannya dalam menghubungkan aljabar sekolah dengan aljabar abstrak.

B. Pengertian Koneksi Matematika

Pengertian koneksi matematika dapat ditemukan beberapa penjelasan. Menurut Arjudin (2017) koneksi matematis dapat diilustrasikan sebagai bagian dari jaringan terstruktur seperti jaring laba-laba, dimana titik-titik simpul merepresentasikan informasi dan benang yang menghubungkannya menunjukkan keterkaitannya (Arjudin, 2017). Titik-titik simpul informasi disini bisa diibaratkan merupakan bagian dari ide/gagasan yang dapat membantu mengkaitkan antar konsep/antar konten matematika.

Pengertian koneksi matematika ada yang menggunakan aktivitas matematika pada pembuktian tentang suatu himpunan terhadap operasi biner memenuhi aksioma grup. Koneksi matematis ada yang mengartika hubungan antar konsep dalam satu topik yang sama, serta hubungan antar materi dalam topik tertentu dengan materi dalam topik lainnya dalam matematika (NCTM, 2014). Selain itu, *The Oxford English Dictionary* (dalam Suominen, 2015, hal 13) mendefinisikan koneksi sebagai suatu hubungan di mana seseorang, benda, atau ide dikaitkan atau terkait dengan sesuatu yang lain. Sebuah koneksi matematik juga ada yang menyatakan sebagai alat keterampilan koneksi matematika dan berhasil memecahkan masalah matematika dengan baik (Pambudi dkk, 2020).

Sebuah koneksi matematika juga dapat didefinisikan sebagai hubungan antara ide matematika terkait atau terkait dengan ide matematika lain. Sedangkan menurut García-García & Dolores-Flores (2017) telah mendefinisikan koneksi matematis sebagai proses kognitif dimana seseorang menghubungkan atau mengaitkan dua atau lebih ide, konsep, definisi, teorema, prosedur, representasi

dan makna di antara diri mereka sendiri, dengan disiplin ilmu lain atau dengan realita.

Selanjutnya Businkas (2008) dan Singletary (2012) juga memberikan definisi yang sama untuk koneksi matematika sebagai hubungan yang benar antara dua ide matematika, A dan B" (Businkas, 2008, hal. 18) dan hubungan antara entitas matematika dan matematika lain atau entitas bukan matematika (Singletary, 2012, hal. 10). Kedua definisi ini menekankan hubungan atau koneksi ini dengan cara yang berbeda. Sedangkan Suominen, (2015) memandang hubungan ini sebagai karakteristik matematika. Selanjutnya Singletary (2012) menyebut perspektif koneksi matematika ini sebagai bagian dari disiplin yang terhubung. Sedangkan Wasserman (2018) memandang koneksi matematika sebagai alat pembelajaran siswa yang menghubungkan matematika sebagai proses aktif dalam mengerjakan matematika. Sedangkan NCTM (2000, hal. 200) menjelaskan bahwa karakteristik matematika itu "sebuah jaringan gagasan yang saling berhubungan erat". Jaringan yang dibutuhkan untuk menghubungkan karakteristik matematika ini yang mengarah kepada pengertian koneksi matematika.

Selanjutnya penjelasan pada *Coxford* (dalam Businkas, 2008, hal. 8). mendeskripsikan koneksi matematika sebagai tema pemersatu atau proses matematis yang menghubungkan ide-ide yang berbeda dalam matematika, yang dapat digunakan di seluruh topik matematika untuk "menarik perhatian pada sifat matematika yang terhubung". Selanjutnya dijelaskan, misalnya ketika menyatukan tema-tema seperti fungsi, variabel dan proses matematis pada pembuktian, serta penyelesaian masalah secara luas dalam matematika. Selanjutnya, *Coxford* menjelaskan koneksi matematika merupakan hubungan yang luas di seluruh disiplin, tetapi pada peneliti lain menganggap bahwa koneksi matematika merupakan hubungan konsep demi konsep yang lebih halus misalnya pada kajian Businkas (2008), Skemp (1987), Zazkis (2000). Selanjutnya Businkas (2008) menegaskan koneksi matematika didefinisikan sebagai representasi setara diseluruh ide-ide matematika.

Penegertian koneksi matematika lain menurut Suominen (2015) dapat merupakan aktivitas matematis. Terdapat pengertian yang mengartikan sebagai hubungan antara entitas matematika dan entitas matematika atau non-matematika lainnya, dimana A terkait dengan B, dan mengidentifikasi koneksi matematika di seluruh transkrip (Singletary, 2014).

Pemahaman konstruktivis yang mengelilingi definisi koneksi matematika ini sering dikaitkan dengan karya Piaget, bahwa koneksi dibentuk oleh pembelajar sebagai upaya untuk mengatur atau memodernisasi ide-ide matematika ke dalam skema (Businkas, 2008). Jika ditinjau dari kelompok penganut Piagetian bahwa gagasan abstraksi secara luas ditemukan ketika mempertimbangkan pembelajaran

aljabar abstrak seperti kajian Hazzan (dalam Suominen, 2015, hal. 15) yang menjelaskan adanya kecenderungan siswa untuk bergantung pada sistem angka ketika menyelesaikan masalah tentang grup, yang dapat dijelaskan melalui ide dasar konstruktivisme sebagai pengetahuan baru yang dibangun dari pengetahuan yang ada.

Berdasarkan pendapat dan penjelasan pada beberapa penelitian terdahulu, terdapat beberapa perbedaan pengertian koneksi matematika. Pada beberapa penelitian ada yang mempertahankan keyakinan adanya koneksi matematika yang harus diakui di seluruh disiplin ilmu dan ada yang mengarah kepada aktivitas matematika serta ada yang mengarah kepada ide, gagasan pada kontennya atau pengetahuannya.

Berdasarkan beberapa pengertian koneksi di atas, maka pengertian koneksi matematika pada kajian ini disesuaikan dengan tujuan dari penelitian ini yaitu untuk membantu pemahaman mahasiswa dalam materi aljabar abstrak maka dibutuhkan koneksi matematika yang mengarah pada pengkaitan antar konten atau antar konsep atau antar ide dan gagasan yang terdapat pada materi aljabar abstrak (yang sesuai dengan kebutuhan kestrukturannya).

C. Kategori Koneksi Matematika Berdasarkan Perspektif Teori

Aljabar abstrak merupakan konsep matematika yang terstruktur, sehingga dengan kestrukturannya menjadikan tingkat keabstrakannya tinggi (Suominen, 2015; Wasserman, 2016). Aljabar abstrak juga sebagai pengetahuan yang menginformasikan sifat memecahkan persamaan, menyederhanakan ekspresi, dan mengalikasikan polinomial (Baldinger, 2015). Aljabar abstrak juga sebagai generalisasi dari aljabar sekolah, maka aljabar abstrak dapat mewakili berbagai objek matematika, termasuk angka, vektor, matriks, fungsi, transformasi, dan permutasi (Findell, 2001, hal. 9), sehingga dengan kestrukturannya dibutuhkan penalaran aljabar (Wasserman, 2016). Untuk membantu pemahaman kestrukturannya pada aljabar abstrak dan penalaran aljabar dibutuhkan kemampuan koneksi matematika

Pemahaman konseptual yang kuat mencerminkan pengetahuan yang kaya akan koneksi (Hiebert & Lefevre dalam Melhuish & Fagan, 2018, hal. 20; Siagian, 2016). Pemahaman konseptual berkaitan dengan jaringan pengetahuan yang dikembangkan melalui pembentukan banyak hubungan antar informasi atau antara pengetahuan yang ada dan yang baru atau dengan pengetahuan sebelumnya (Donevska-Todorova, 2016). Demikian pula mengaitkan konsep matematika dengan kalimat sederhana dan dengan menggunakan caranya sendiri dapat digunakan untuk membuat koneksi matematika (Sitompul, 2019).

Konten pada aljabar abstrak menjadi salah satu materi tingkat sarjana yang paling sulit" (Dubinsky dkk dalam Melhuish, & Fagan, 2018, hal. 19). Tingkat kesulitan ini, dipengaruhi adanya banyak koneksi yang ada antara aljabar abstrak

dan matematika sekolah (Baldinger, 2018). Koneksi konten misalnya dijelaskan oleh (Baldinger, 2018) mencakup elemen invers dan identitas dalam aljabar abstrak dan pada matematika sekolah. Koneksi konten yang ada pada elemen invers dan identitas ini merupakan bagian dari aksioma grup yang perlu dibuktikan untuk pemenuhan suatu himpunan dengan operasi biner tertentu..

Koneksi yang terkait dengan konten matematika ini memerlukan cara berpikir yang banyak melibatkan konten-konten dari matematika dasar (Murray dkk, 2017). Koneksi konten yang paling dasar mencakup fakta pada objek matematika sekunder melalui contoh-contoh yang disajikan pada struktur aljabar pada grup (Wasserman, 2018). Materi grup tidak cukup mempelajari aksiomanya saja namun banyak hal yang harus dikuasai terkait matematika dasar pada matematika di sekolah menengah. Penguasaan matematika sekolah harus dimiliki oleh mahasiswa sebelum mempelajari aljabar abstrak pada universitas.

Beberapa kajian pustaka tentang jenis-jenis koneksi matematika mempunyai berbagai sudut pandang yang berbeda. Jenis koneksi dapat dipandang sebagai pengaitan yang terjadi pada aktivitas matematika misalnya pada Suominen (2015) jenis-jenis koneksi khususnya pada teori grup yang dibangun difokuskan pada koneksi matematika antar konten yang berkaitan dengan aktivitas matematika. Suominen (2015) juga mengklasifikasikan jenis koneksi matematika antara aljabar abstrak dan matematika sekolah.

Perspektif ini secara spesifik mengakui bahwa koneksi ada di seluruh matematika dan pembelajar/guru harus melibatkan siswa dalam kegiatan membangun atau mengidentifikasi koneksi ini. Dijelaskan oleh Boaler (dalam Suominen, 2015, hal. 16) bahwa tindakan mengamati hubungan dan koneksi menggambar, hubungan seperti ini dibutuhkan koneksi representasi fungsional yang berbeda atau bidang matematika. Selanjutnya aspek kerja matematika pada diri siswa, tidak hanya dianggap sebagai rute ke pengetahuan lain. Rute yang demikian ini menandai ada beberapa kegiatan matematika dalam mengenali sifat koheren matematika itu sendiri yang meliputi: beberapa representasi, pemecahan masalah, bukti, dan aplikasi dunia nyata dan pemodelan matematika yang telah dituangkan pada NCTM (2014). Peranan penting konsep inti tentunya sangat dibutuhkan ketika menghubungkan dengan matematika sekolah, sehingga belajar aljabar abstrak juga membutuhkan konsep matematika dasar (Junarti dkk, 2019b).

Dalam konsep matematika ketika ide-ide matematika baru secara aktif dibangun di atas pengalaman sebelumnya dan pengetahuan sebelumnya juga dibutuhkan untuk membantu proses pemahaman siswa (Suominen, 2015). Hal ini dilakukan juga oleh mahasiswa tingkat universitas, karena pengalaman dan pengetahuan sebelumnya itu menjadi prasyarat yang dapat membantu untuk mendapatkan ide dan gagasan matematika dalam proses mengkonstruksi kemampuan koneksi matematika.

Beberapa kategori koneksi matematika dari beberapa perspektif teori, misalnya, Coxford (dalam Suominen, 2015, hal. 151).

Tabel 1 Kategori koneksi matematika

Kategori	Deskripsi
(1) Representasi alternative	Satu konsep direpresentasikan dalam berbagai cara, seperti simbolik, grafik, bergambar, atau manipulatif
(2) Perbandingan melalui fitur umum	Dua konsep memiliki beberapa fitur yang sama, yang memungkinkan perbandingan melalui konsep yang serupa, persis sama, atau tidak sama
(3) Generalisasi	Satu konsep adalah generalisasi dari konsep spesifik lainnya
(4) Hubungan hierarkis	Satu konsep adalah komponen atau termasuk dalam konsep lain. Karena satu konsep dimasukkan atau terkandung dalam konsep lain, hubungan hierarkis ada antara dua konsep
(5) Aplikasi dunia nyata	Satu konsep adalah contoh dari konsep lain di dunia nyata (yaitu, konsep mengacu pada konsep lain di luar konteks matematika saat ini)

Koneksi matematis harus dibangun antara skema atau jaringan yang sudah ada sebelumnya agar ide-ide matematika yang tidak diketahui sepenuhnya dipahami oleh mahasiswa. Jadi untuk membantu pemahaman mahasiswa, maka membangun hubungan antara ide-ide matematika ini sebagai suatu koneksi matematika mempunyai peran yang sangat penting, selain itu koneksi matematika juga terintegrasi ke dalam pemikiran mahasiswa untuk objek matematika tergantung dari kemampuan kognitifnya (Junarti dkk, 2020). Koneksi Matematis ada yang memandang sebagai alat pembelajaran (Businskas, 2008; Wasserman, 2018). Untuk mendeskripsikan jenis koneksi matematis ini sebagai suatu proses yang terjadi dalam pikiran pembelajar dan koneksi adalah sesuatu yang ada dalam pikiran pelajar (Businskas, 2008).

Koneksi antara konten di tingkat sekolah menengah (Ticknor, 2012; Wasserman, 2017) menjadi dasar untuk membangun koneksi matematika pada tingkat lanjut, khususnya pada aljabar abstrak. Koneksi antar konten dalam kajian Zbiek & Heid (2018) membuat koneksi matematika antara aljabar abstrak dan aljabar sekolah menengah dengan menggunakan pendekatan alternatif. Sedangkan Bass (2018) membagi koneksi matematika ke dalam (1) koneksi melintasi domain matematika, (2) koneksi struktural antara masalah yang tampaknya tidak terkait. Alvarez & White (2018) menekankan jenis koneksi pada gagasan untuk menghubungkan aljabar abstrak dengan matematika sekolah untuk guru sekolah menengah dengan penekanan pada pemikiran struktural dari matematika sekolah.

Suominen (2015) dan Suominen (2018) mengidentifikasi koneksi matematika pada 9 buku aljabar abstrak menjadi 5 kategori yaitu: (1) Representasi alternative, (2) Perbandingan melalui fitur-fitur umum, (3)

Generalisasi, (4) Hubungan hirarkis, (5) Aplikasi dunia nyata. Suominen (2015) membedakan koneksi matematika atas dua perspektif yakni: koneksi matematika sebagai metode pembelajaran dan koneksi matematika sebagai kegiatan matematika. Sedangkan Wasserman (2018) mengelompokkan menjadi empat titik koneksi yang berbeda antara studi matematika lanjutan dan pengajaran sekunder yakni: (1) koneksi konten; (2) koneksi praktik kedisiplinan; (3) koneksi pengajaran kelas; dan (4) koneksi pengajaran yang dimodelkan.

Selanjutnya Baldinger (2018) menjelaskan koneksi konten tentang pentingnya invers dan identitas dalam abstrak aljabar dan matematika sekolah. Kemudian Cook (2012) mampu mengidentifikasi koneksi melalui fitur dan struktur yang serupa untuk mengembangkan koneksi matematika antara konsep-konsep.

Pada kajian Evitts (dalam Jaijan & Suttiamporn, 2012, hal. 69) mengelompokkan jenis-jenis koneksi matematika menjadi: (1) Koneksi memodelkan, (2) Koneksi struktural, (3) Koneksi representasional, (4) Koneksi Konsep-Prosedur, (5) Koneksi antara konten Matematika. Sedangkan Businskas (2008) dan (Mhlolo, 2012) membedakan koneksi menjadi: (1) Koneksi representasi berbeda, (2) Koneksi implikasi, (3) Koneksi bagian-semua, (4) Koneksi prosedural, (5) Koneksi yang berorientasi pada pengajaran. Selanjutnya García-García (2018) membagi koneksi menjadi: (1) Prosedural, (2) Representasi yang berbeda, (3) Karakteristik, (4) Reversibilitas, (5) Arti (pengertian/ definisi), (6) Bagian-semua, (7) Pemodelan. Kategorikoneksi matematika dari Singletary (2012) dibedakan atas (1) Representasi alternatif, (2) Perbandingan melalui fitur-fitur umum, (4) Generalisasi, (5) Hubungan hirarkis, (6) Implikasi logis, (7) Prosedural, (8) Aplikasi dunia nyata.

Aljabar abstrak merupakan materi yang terkenal kestrukturalannya (Lee & Heid, 2018; Suominen, 2015; Wasserman, 2016) dan aljabar abstrak juga sebagai pengetahuan yang menginformasikan sifat memecahkan persamaan, menyederhanakan ekspresi, dan mengalikan polynomial (Baldinger, 2015), maka jenis koneksi matematika yang akan dibangun dalam penelitian ini mengarah pada koneksi pengetahuan tentang konsep dan prosedur (Coxford dalam Jaijan & Suttiamporn, 2013, hal. 70). Hal ini bersesuaian dengan NCTM dan Coxford (dalam Jaijan & Suttiamporn, 2014, hal. 70) bahwa koneksi matematika terdiri dari koneksi pengetahuan tentang (1) prosedur dan konsep, (2) penggunaan matematika dalam kurikulum lain, (3) penggunaan matematika dalam kehidupan sehari-hari, (4) pandangan holistik matematika, (5) penggunaan konsep dan model matematika dalam menyelesaikan masalah kehidupan nyata dan (6) koneksi antara representasi matematika dalam konsep yang sama.

Sebagai generalisasi aljabar sekolah, aljabar abstrak dapat mewakili berbagai objek matematika, termasuk angka, vektor, matriks, fungsi, transformasi,

dan permutasi (Findell, 2001, hal. 9), sehingga ketstrukturalannya dibutuhkan penalaran aljabar (Wasserman, 2016). Untuk membantu pemahaman kestruturan aljabar abstrak dan untuk mengantarkan penalaran aljabar dibutuhkan pemikiran mahasiswa menjadi lebih sederhana dan mudah dipahami dengan melalui *structure sense* sebelum sampai pada tahapan pemahaman konseptual. Kemampuan lain, kemampuan berpikir kritis mahasiswa juga perlu ditingkatkan (Suparni, 2018).

Pemahaman konseptual yang kuat mencerminkan pengetahuan yang kaya akan koneksi (Hiebert & Lefevre dalam Melhuish & Fagan, 2018, hal .20). Kemampuan koneksi matematis mahasiswa dipengaruhi juga gaya berpikir abstrak (Rahayu & Firdausi, 2016). Abstraksi suatu konsep dalam pemikirannya mempengaruhi pemahaman konseptual mahasiswa. Pemahaman konseptual juga berkaitan dengan jaringan pengetahuan dan dikembangkan melalui pembentukan banyak hubungan antara informasi atau antara pengetahuan yang ada dan yang baru (Donevska-Todorova, 2016).

D. Jenis-jenis koneksi pada aljabar abstrak

Aljabar abstrak adalah pelajaran mendasar yang dibutuhkan oleh sebagian besar guru sekolah menengah dan fokusnya untuk mengembangkan pemahaman konseptual (Melhuish & Fagan, 2018). Konten aljabar abstrak menjadi salah satu mata pelajaran sarjana yang paling sulit (Dubinsky dkk dalam Melhuish, & Fagan, 2018, hal .19) dan banyak perhatian yang menjadi fokus penelitian pada materi aljabar abstrak sampai saat ini.

Banyaknya koneksi yang ada antara aljabar abstrak dan matematika sekolah seperti pada kajian Baldinger (2018), Murray dkk (2017), dan Suominen (2015). Koneksi konten pada Baldinger (2018) mencakup pada elemen invers dan identitas. Koneksi konten terkait elemen identitas mencakup adanya elemen ketunggalan, dan elemen invers mencakup setiap elemen suatu himpunan mempunyai satu pasangan elemen inversnya. Sehingga koneksi konten ini banyak berkaitan dengan fakta, konsep, prinsip, dan skill yang merupakan bagian dari objek matematika sekunder sampai kepada materi pada aljabar abstrak misalnya grup (Wasserman, 2018).

Jenis koneksi matematika dalam kajian ini disusun berdasarkan kajian dari peneliti terdahulu yang disesuaikan dengan kebutuhan pada karakteristik aljabar abstrak yang disajikan pada Tabel 2 berikut ini.

Tabel 2 Jenis koneksi matematika dari kajian beberapa ahli

	Koneksi Representasi	Koneksi Struktural	Koneksi Prosedural	Koneksi Implikasi	Koneksi Generalisasi	Koneksi Hirarki
(Suominen, 2018)	√	√	√	√	√	√

(Evitt dalam Jaijan, & Suttiamporn, 2012, hal. 1)	√	√	√	-	-	-
(Businkas, 2008)	√	-	√	√	-	-
(Mhlolo, 2012)	√	-	√	√	-	-
(García-Garcia, 2018)	√	-	√	-	-	-
(Coxford, 2014)	√	-	√	-	-	-
(Singletary, 2012;2014)	√	-	-	√	√	√
(Alvarez & White, 2018)	-	√	-	-	-	-
(Cook, 2012)	-	√	-	-	-	-
(Bass, 2018)	-	√	-	-	-	-

Berdasarkan Tabel 2 di atas, Suominen (2018) membagi koneksi matematika menjadi 6 jenis, sedangkan Evitt (dalam Jaijan, & Suttiamporn, 2012, hal. 1) membagi menjadi 3 jenis koneksi, Businkas (2008) dan Mhlolo (2012) membagi menjadi 3 jenis, García-Garcia (2018) dan Coxford (2014) membagi menjadi 2 jenis, Singletary (2012;2014) menggunakan 4 jenis koneksi, sedangkan Alvarez & White, (2018) , Cook (2012) dan Bass (2018) menggunakan koneksi struktural.

Beberapa jenis koneksi pada Tabel 2 di atas ada yang sama dengan jenis koneksi pada ahli yang lain, sehingga dari irisan jenis koneksi ini diperoleh lima jenis koneksi yang sering dipergunakan pada konsep matematika. dan hasil kajian kategori koneksi matematika dari peneliti terdahulu, maka kategori koneksi matematika yang digunakan sebagai kerangka kerja dalam penelitian ini yaitu koneksi representasi, koneksi struktural, koneksi prosedural, koneksi implikasi (jika-maka), koneksi generalisasi, dan koneksi hirarki.

Dengan mempertimbangkan karakteristik aljabar abstrak yang kompetensi capainnya untuk kepentingan pemahaman secara konseptual, maka jenis koneksi matematika yang pertama dari NCTM yakni koneksi antar konten (Evitts dalam Jaijan, & Suttiamporn, 2012, hal. 1; Wassserman, 2018) sangat dibutuhkan untuk membantu pemahaman aljabar abstrak. Fokus koneksi matematika kajian ini adalah merupakan proses kognitif yang menghubungkan ide-ide/ gagasan/ struktur/ entitas dari konten dan aktivitas matematika dari