

Hetdy Sitio, S.Pd., M.Pd.

Pendidikan Matematika

Kelas Rendah



$$a^2 + b^2 = c^2$$

PENDIDIKAN MATEMATIKA KELAS RENDAH

PENDIDIKAN MATEMATIKA KELAS RENDAH

Hetdy Sitio, S.Pd., M.Pd.



MODUL

PENDIDIKAN MATEMATIKA KELAS AWAL

© Penerbit Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia (PRCI)

Penulis:
Hetdy Sitio, S.Pd., M.Pd.

Editor:
Christa Voni Roulina Sinaga, M. Pd.

Cetakan Pertama: September 2022

Cover: Fahmi Shidiq N.

Tata Letak: Tim Kreatif PRCI

Hak Cipta 2022, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT
Pondok Karisma Residence Jalan Raflesia VI D.151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009

Website: www.rcipress.rcipublisher.org
E-mail: rumahcemerlangindonesia@gmail.com

Copyright © 2022 by Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
All Right Reserved

- Cet. I –: Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2022
Dimensi : 14,8 x 21 cm
ISBN: 978-623-448-196-9

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan
cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang
Hak Cipta Pasal 72

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta
Pasal 72

Barang siapa dengan sengaja melanggar dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling sedikit 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp.1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta terkait sebagai dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan kehadirat Tuhan Yang Maha Esa yang telah memberikan rahmat serta karunia-Nya kepada kami sehingga kami berhasil menyelesaikan Modul Pendidikan Matematika Kelas Awal sesuai yang ditargetkan. Modul ini berisikan tentang apa saja yang berkaitan dengan Pendidikan Matematika kelas Awal dan tentunya disusun menurut sudut pandang pengajar karena modul ini diharapkan dapat membantu pengajaran tentang Pendidikan Matematika kelas Awal. Kami menyadari bahwa modul ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu kritik dan saran dari semua pihak yang bersifat membangun selalu kami harapkan demi kesempurnaan modul ini.

Akhir kata, penulis sampaikan terima kasih kepada semua pihak yang telah berperan serta dalam penyusunan modul ini dari awal sampai akhir. Semoga Tuhan senantiasa menyertai segala usaha kita. Amin.

Pematangsiantar, Mei 2021

Penulis

SEKAPUR SIRIH

Modul Pendidikan Matematika Kelas Awal ini disusun untuk kelancaran dan sebagai referensi perkuliahan pada Mata Kuliah Pendidikan Matematika Kelas Awal pada Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar, Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar.

Mahasiswa membutuhkan sumber referensi dan informasi tentang Pendidikan Matematika Kelas Awal. Dengan adanya modul ini, mahasiswa mendapatkan dan mengetahui materi-materi perkuliahan pada Mata Kuliah Pendidikan Matematika Kelas Awal.

Bagi mahasiswa, para dosen di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar serta peminat lainnya, pembuatan modul ini akan banyak memberikan manfaat, terutama untuk membantu proses belajar mengajar pada Mata Kuliah Pendidikan Matematika Kelas Awal

Modul ini memuat materi-materi yang mendukung Mata Kuliah Pendidikan Matematika kelas Awal yaitu : (1) Tahap-tahap perkembangan anak-anak, (2) Hakekat Matematika dan Hakekat Matematika di SD, (3) Bilangan Cacah dan Bilangan Bulat, (4) Perpangkatan/Penarikan akar pada bilangan bulat, (5) Bilangan Romawi, (6) Bilangan kelipatan dan Faktor serta

KPK dan FPB, (7) Pecahan biasa dan Pecahan Desimal, (8) Bilangan Rasional dan Bilangan Irasional, (9) Persen dan Perbandingan, (10) Konsep Bangun Datar (titik, garis, bidang, sudut dan segi banyak), (11) Konsep bangun datar (lingkaran, simetri, pengubinan, dan bidang koordinat), (12) Konsep Bangun ruang (bidang banyak), (13) Pembelajaran konsep bangun ruang (bangun tiga dimensi berpermukaan lengkung), (14) Pembelajaran konsep pengukuran (Panjang dan keliling).

Mahasiswa diharapkan mempedomani dan menggunakan isi dari modul Pendidikan Matematika kelas Awal ini agar mendapatkan keseragaman materi perkuliahan pada Mata Kuliah, sehingga dapat meningkatkan efektifitas dan efisiensi pada proses belajar mengajar di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar.

Penulis telah banyak menerima bantuan dari berbagai pihak yang telah membantu dalam menyempurnakan modul ini serta yang berperan aktif atas bantuan dan kerjasamanya dalam melengkapi dan memperbaharui isi beserta data-data yang terdapat dalam modul ini. Oleh karena itu, dengan segenap ketulusan hati penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dr. Jumaria Sirait, M.Pd., selaku Dekan di Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas HKBP

Nommensen Pematangsiantar dan Dekanat di lingkungan FKIP UHKBNP.

2. Lisbeth N. Sihombing, S.Pd., M.Pd., selaku Kepala Program Studi Pendidikan Guru Sekolah Dasar dan para Dosen di Prodi Pendidikan Guru Sekolah Dasar.

Penulis menyadari bahwa modul ini masih memerlukan kesempurnaan. Dengan penuh kerendahan hati, penulis menerima masukan dan kritikan yang membangun seraya mengucapkan terima kasih.

Semoga modul ini dapat menjadi sumber informasi dalam proses belajar mengajar, terkhusus pada Mata Kuliah Pendidikan Matematika kelas Awal dan memberikan manfaat dalam kegiatan pendidikan di perguruan tinggi.

Pematangsiantar, September 2021

Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	i
DAFTAR ISI	v
BAB I TAHAP-TAHAP PERKEMBANGAN ANAK-ANAK	1
A. Pengertian.....	1
B. Tahapan-Tahapan Perkembangan Anak.....	1
C. Soal Latihan.....	4
 BAB II HAKEKAT MATEMATIKA DAN HAKEKAT	
MATEMATIKA DI SD	7
A. Pengertian Matematika.....	7
B. Matematika adalah ilmu Deduktif	11
C. Matematika adalah ilmu Terstruktur	15
D. Matematika adalah ilmu tentang pola dan hubungan..	17
E. Matematika adalah Bahasa Simbol	18
F. Matematika sebagai ratu dan pelayan ilmu.....	18
G. Kegunaan matematika.....	19
H. Soal Latihan.....	20
 BAB III BILANGAN CACAH DAN BILANGAN BULAT	23
A. Pengertian Bilangan Cacah (C).....	23
B. Sifat-Sifat Operasi Perhitungan Bilangan Cacah	23
C. Bilangan Bulat.....	25
D. Soal Latihan.....	31
 BAB IV PERPANGKATAN PENARIKAN AKAR PADA	
BILANGAN BULAT	33
A. Pengertian Perpangkatan	33
B. Sifat-Sifat Bilangan Berpangkat.....	34
C. Penarikan Akar.....	35

D. Kesalahan Konsep dalam Perpangkatan dan Penarikan Akar	37
E. Soal Latihan.....	39
 BAB V BILANGAN ROMAWI	41
A. Pengertian Bilangan Romawi	41
B. Sejarah Bilangan Romawi.....	41
C. Cara penulisan Bilangan Romawi.....	42
 BAB VI BILANGAN KELIPATAN DAN FAKTOR SERTA KPK & FPB.....	45
A. Pengertian Bilangan Kelipatan	45
B. Kelipatan Persekutuan Terkecil (KPK).....	46
C. Faktor Persekutuan Terbesar (FPB).....	47
 BAB VII PECAHAN BIASA DAN PECAHAN DESIMAL.....	51
A. Pengertian Pecahan	51
B. Pecahan Desimal	54
C. Pecahan Senilai	55
 BAB VIII BILANGAN RASIONAL DAN BILANGAN IRASIONAL	59
A. Pengertian Bilangan Rasional	59
B. Pengertian Bilangan Irasional.....	69
C. Operasi dalam Bilangan Rasional dan Irasional	74
 BAB IX PERSEN DAN PERBANDINGAN	79
A. Pengertian Persen	79
B. Perbandingan (Rasio).....	82
C. Soal Latihan.....	83

BAB X KONSEP BANGUN DATAR.....	85
A. Pengertian Konsep Bangun Datar	85
B. Jenis-Jenis Bangun Datar	87
C. Rumus Luas dan Keliling Bangun Datar	90
 BAB XI KONSEP BANGUN DATAR LINGKARAN SIMETRI.....	93
A. Pengertian Bangun Datar	93
B. Simetri.....	99
C. Bidang Koordinat	102
D. Soal Latihan	104
 BAB XII BANGUN RUANG.....	107
A. Pengertian Bangun Ruang	107
B. Macam-Macam Bangun Ruang	107
C. Soal Latihan	121
 DAFTAR PUSTAKA.....	123
TENTANG PENULIS	125



BAB I

TAHAP-TAHAP PERKEMBANGAN ANAK-ANAK

A. Pengertian

Masa kanak-kanak adalah periode dimana anak belajar menguasai keahlian tertentu dan menghadapi tugas-tugas baru. Pendidikan anak merupakan sesuatu yang urgen untuk diperhatikan. Hal ini disebabkan anak terlatir dengan berbagai potensi yang dimilikinya yang perlu untuk di tumbuh kembangkan. Selain itu anak merupakan bagian terpenting dari seluruh proses pertumbuhan manusia. Berkualitas atau tidaknya ia dimasa dewasa sangat dipengaruhi oleh proses pengasuhan dari Pendidikan yang diterima dimasa kanak-kanaknya. Oleh karena itu Pendidikan anak berarti perencanaan peradaban dan kemajuan bangsa. Sehingga tanpa Pendidikan anak sesungguhnya tidak akan pernah ada peradaban dan kemajuan bangsa.

Perkembangan kognitif mengacu kepada kemampuan yang dimiliki seorang anak untuk memahami sesuatu. Tahapan perkembangan kognitif anak usia dini dibagi menjadi empat tahap. Masa kanak-kanak adalah periode dimana anak belajar menguasai keahlian tertentu.

Perkembangan kognitif mengacu kepada kemampuan yang dimiliki seorang anak untuk memahami sesuatu.

B. Tahapan-Tahapan Perkembangan Anak

Melansir dari laman Ikatan Dokter Anak Indonesia (IDAI), menurut J. Piaget, awal masa remaja terjadi transformasi

kognitif yang besar menuju cara berpikir yang lebih abstrak, konseptual, dan berorientasi ke masa depan (*future oriented*).

Remaja mulai menunjukkan minat dan kemampuan di bidang tulisan, seni, musik, olahraga, dan keagamaan. Teori perkembangan kognitif Jean Piaget atau teori Piaget menunjukkan bahwa kecerdasan berubah seiring dengan pertumbuhan anak. Perkembangan kognitif seorang anak bukan hanya tentang memperoleh pengetahuan, anak juga harus mengembangkan atau membangun mental.

Piaget membagi tahapan perkembangan kognitif anak usia dini dalam empat tahap.

1. Tahap Sensorimotor (Usia 18 - 24 bulan)

Tahap sensorimotor adalah yang pertama dari empat tahap dalam teori Piaget mengenai perkembangan kognitif anak Piaget. Selama periode ini, bayi mengembangkan pemahaman tentang dunia melalui koordinasi pengalaman sensorik (melihat, mendengar) dengan tindakan motorik (menggapai, menyentuh).

Perkembangan utama selama tahap sensorimotor adalah pemahaman bahwa ada objek dan peristiwa terjadi di dunia secara alami dari tindakannya sendiri.

Misalnya, jika ibu meletakkan mainan di bawah selimut, anak tahu bahwa main yang biasanya ada (dia lihat) kini tidak terlihat (hilang), dan anak secara aktif mencarinya. Pada awal tahapan ini, anak berperilaku seolah mainan itu hilang begitu saja.

2. Tahap Praoperasional (Usia 2 - 7 Tahun)

Tahap ini dimulai sekitar 2 tahun dan berlangsung hingga kira-kira 7 tahun. Selama periode ini, anak berpikir pada tingkat simbolik tapi belum menggunakan operasi kognitif. Artinya, anak tidak bisa menggunakan logika atau

mengubah, menggabungkan, atau memisahkan ide atau pikiran.

Perkembangan anak terdiri dari membangun pengalaman tentang dunia melalui adaptasi dan bekerja menuju tahap (konkret) ketika ia bisa menggunakan pemikiran logis.

Selama akhir tahap ini, anak secara mental bisa merepresentasikan peristiwa dan objek (fungsi semiotik atau tanda), dan terlibat dalam permainan simbolik.

3. Tahap Operasional Konkret (Usia 7 - 11 Tahun)

Perkembangan kognitif anak di tahap ini berlangsung sekitar usia 7 hingga 11 tahun, dan ditandai dengan perkembangan pemikiran yang terorganisir dan rasional. Piaget menganggap tahap konkret sebagai titik balik utama dalam perkembangan kognitif anak, karena menandai awal pemikiran logis.

Pada tahapan ini, Si Kecil cukup dewasa untuk menggunakan pemikiran atau pemikiran logis, tapi hanya bisa menerapkan logika pada objek fisik. Anak mulai menunjukkan kemampuan konservasi (jumlah, luas, volume, orientasi). Meskipun anak bisa memecahkan masalah dengan cara logis, mereka belum bisa berpikir secara abstrak atau hipotesis.

4. Tahap Operasional Formal (Usia 12 tahun ke atas)

Perkembangan kognitif anak menurut tahap terakhir menurut Piaget dimulai sekitar usia 12 tahun dan berlangsung hingga dewasa.

Saat remaja memasuki tahap ini, mereka memperoleh kemampuan untuk berpikir secara abstrak dengan memanipulasi ide di kepalanya, tanpa ketergantungan pada manipulasi konkret.

Seorang remaja bisa melakukan perhitungan matematis, berpikir kreatif, menggunakan penalaran abstrak, dan membayangkan hasil dari tindakan tertentu. Selain itu perlu kita ketahui atau Kenali Tanda Gangguan Kognitif pada Bayi

Menurut IDAI terdapat beberapa tanda gangguan pada kognitif pada bayi, yaitu:

- a. 2 bulan: kurangnya *fixation*.
- b. 4 bulan: kurangnya kemampuan mata mengikuti gerak benda.
- c. 6 bulan: belum berespons atau mencari sumber suara.
- d. 9 bulan: belum *babbling* seperti mama, baba.
- e. 24 bulan: belum ada kata berarti.
- f. 36 bulan: belum dapat merangkai 3 kata.

C. Soal Latihan

1. Kegiatan anak merepresentasikan pengalaman aktual atau khayalnya melalui penggunaan objek, gerakan, dan bahasa terjadi pada tahap bermain
 - a. Sensorimotor
 - b. Simbolik
 - c. Sosial
 - d. Olahraga
2. Menurut Papalia secara garis besar kegiatan bermain dikelompokkan dalam tiga kategori, kecuali bermain
 - a. Peran
 - b. Konstruktif
 - c. Khayalan
 - d. Fungsional

3. Bermain simbolik mulai dialami anak pada tahap perkembangan
 - a. Sensorimotor
 - b. Praoperasional
 - c. Akhir sensorimotor
 - d. Akhir praoperasional
4. Hasil penelitian menunjukkan bahwa anak perempuan yang memiliki hormon androgen dalam kadar tinggi akan kecuali
 - a. Tidak suka bermain boneka
 - b. Lebih pasif
 - c. Tidak senang menjaga adik
 - d. Lebih mendominasi
5. Berikut ini adalah cara belajar yang dapat diberikan untuk anak yang memiliki gaya belajar kinestetik, kecuali meminta anak untuk
 - a. Meraba permukaan yang halus dan kasar
 - b. Berjalan dengan dan tanpa mata tertutup guna belajar memahami anak-anak yang kurang beruntung (buta)
 - c. Berlari pelan, lalu cepat, dan merasakan perbedaan yang terjadi dalam napas dan denyut nadi
 - d. Mengamati gerakan berbagai binatang
6. Seorang anak memperlihatkan tanda-tanda lebam di wajah dan tangannya. Ada kemungkinan anak tersebut mengalami
 - a. Pengabaian
 - b. Penganiayaan secara emosional
 - c. Penganiayaan secara mental
 - d. Penganiayaan secara fisik

7. Berikut ini pernyataan yang benar tentang budaya, kecuali
- a. Budaya yang berbeda memiliki norma-norma yang berbeda pula dalam berbagai hal
 - b. Nilai dan norma dari suatu budaya lebih baik daripada nilai dan norma dari budaya yang lain
 - c. Adanya perbedaan budaya dapat menyebabkan terjadinya kesalahan interpretasi terhadap perilaku anak
 - d. Budaya mempengaruhi cara seseorang berpikir dan berinteraksi dengan orang lain
8. Kegiatan yang dapat dilakukan guru dalam meningkatkan phonological awareness antara lain
- a. Bermain peran
 - b. Game tebak kata
 - c. Story telling
 - d. Syair
9. Pertanyaan dibawah ini yang tidak termasuk definisi dari seni secara umum adalah
- a. Selalu merupakan sesuatu yang indah
 - b. Hanya dapat dinikmati sendiri
 - c. Merupakan hasil eksplorasi terhadap lingkungannya
 - d. Hasilnya dapat dinikmati oleh orang banyak
10. Pada usia berapa manusia mulai bereaksi terhadap suara?
- a. Saat masih di dalam kandungan, berusia 2 bulan
 - b. Saat masih di dalam kandungan, berusia 7 bulan
 - c. Saat dilahirkan
 - d. Pada saat masuk TK

BAB II

HAKEKAT MATEMATIKA DAN HAKEKAT MATEMATIKA DI SD

Hakikat matematika artinya menguraikan apa sebenarnya matematika itu, baik ditinjau dari arti kata matematika, karakteristik matematika sebagai suatu ilmu, maupun peran dan kedudukan matematika diantara cabang ilmu pengetahuan serta manfaatnya.

A. Pengertian Matematika

Kata matematika berasal dari perkataan latin matematika yang mulanya diambil dari perkataan yunani mathematike yang berarti mempelajari. Perkataan itu mempunyai asal kata dari mathema yang berarti pengetahuan dan ilmu atau knowledge, science. Kata mathematike berhubungan pula dengan kata lainnya yang hampir sama, yaitu mathein atau mathenein yang artinya belajar atau berpikir.

Jadi, berdasarkan asal katanya, maka perkataan matematika berarti ilmu pengetahuan yang didapat dengan berpikir atau bernalar. Matematika lebih menekankan kegiatan dalam dunia rasio atau penalaran, bukan menekankan dari hasil eksperimen atau hasil observasi matematika terbentuk karena pikiran-pikiran manusia, yang berhubungan dengan idea, proses, dan penalaran. Matematika terbentuk dari pengalaman manusia dalam dunianya secara empiris. Kemudian pengalaman itu diproses di dalam dunia rasio, diolah secara analisis dengan penalaran di dalam struktur kognitif sehingga sampai terbentuk konsep-konsep matematika supaya konsep-konsep matematika yang

terbentuk itu mudah dipahami oleh orang lain dan dapat dimanipulasi secara tepat, maka digunakan bahasa matematika atau notasi matematika yang bernilai global (universal). Konsep matematika didapat karena proses berpikir, karena itu logika adalah dasar terbentuknya matematika. Istilah Matematika berasal dari bahasa Yunani, *mathein* dan *mathenem* yang berarti mempelajari. Kata matematika diduga erat hubungannya dengan kata *sansekerta*, *medha* atau *widya* yang artinya kepandaian, ketahuan atau intelegensi.

Pendefinisian matematika sampai saat ini belum ada kesepakatan yang bulat, namun demikian dapat dikenal melalui karakteristiknya. Sedangkan karakteristik matematika dapat dipahami melalui hakekat matematika.

Hudoyo mengemukakan bahwa hakikat matematika berkenaan dengan ide-ide, struktur- struktur dan hubungan-hubungannya yang diatur menurut urutan yang logis. Jadi matematika berkenaan dengan konsep-konsep yang abstrak. Selanjutnya dikemukakan bahwa apabila matematika dipandang sebagai struktur dari hubungan-hubungan maka simbol-simbol formal diperlukan untuk membantu memanipulasi aturan-aturan yang beroperasi di dalam struktur-struktur. Sedang Soedjadi berpendapat bahwa simbol-simbol di dalam matematika umumnya masih kosong dari arti sehingga dapat diberi arti sesuai dengan lingkup semestanya.

Berdasarkan uraian di atas, agar supaya simbol itu berarti maka kita harus memahami ide yang terkandung di dalam simbol tersebut. Karena itu, hal terpenting adalah bahwa ide harus dipahami sebelum ide itu sendiri disimbolkan. Misalnya simbol (x, y) merupakan pasangan simbol “ x ” dan “ y ” yang masih kosong dari arti. Apabila konsep tersebut dipakai

dalam geometri analitik bidang, dapat diartikan sebagai kordinat titik, contohnya $A(1,2)$, $B(6,9)$, titik $A(1,2)$ titik A terletak pada perpotongan garis $X = 1$ dan $y = 2$ titik $B(6, 9)$ artinya titik B terletak pada perpotongan garis $X = 6$ dan $y = 9$. Hubungan-hubungan dengan simbol-simbol dan kemudian mengaplikasikan konsep-konsep yang dihasilkan kesituasi yang nyata.

1. Definisi para ahli mengenai Matematika

a. Nasution, 1980

Istilah Matematika berasal dari bahasa Yunani, *mathein* dan *mathenem* yang berarti mempelajari. Kata matematika diduga erat hubungannya dengan kata *sansekerta*, *medha* atau *widya* yang artinya kepandaian, ketahuan atau intelegensi.

b. James dan James, 1976

Matematika adalah ilmu tentang logika, mengenai bentuk, susunan, besaran, dan konsep-konsep yang berhubungan satu dengan lainnya. Matematika terbagi dalam tiga bagian besar yaitu aljabar, analisis dan geometri. Tetapi ada pendapat yang mengatakan bahwa matematika terbagi menjadi empat bagian yaitu aritmatika, aljabar, geometris dan analisis dengan aritmatika mencakup teori bilangan dan statistika.

c. Russefendi, 1989

Matematika itu terorganisasikan dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, definisi-definisi, aksioma-aksioma dan dalil-dalil yang dibuktikan kebenarannya, sehingga matematika disebut ilmu deduktif.

d. Johnson dan Rising, 1972 dalam Rusefendi, 1988

Matematika merupakan pola berfikir, pola mengorganisasikan pembuktian logis, pengetahuan struktur yang terorganisasi memuat sifat-sifat, teori-teori di buat secara deduktif berdasarkan unsur yang tidak didefinisikan, aksioma, sifat atau teori yang telah dibuktikan kebenarannya.

e. Kline, 1973, dalam Rusefendi, 1988

Matematika bukan pengetahuan tersendiri yang dapat sempurna karena dirinya sendiri, tetapi beradanya karena untuk membantu manusia dalam memahami dan menguasai permasalahan sosial, ekonomi dan alam.

f. Dienes , dalam Ruseffendi, 1988

Matematika adalah ilmu seni kreatif. Oleh karena itu, matematika harus dipelajari dan diajarkan sebagai ilmu seni.

g. Sujono, 1988

Mengemukakan beberapa pengertian matematika. Di antaranya, matematika diartikan sebagai cabang ilmu pengetahuan yang eksak dan terorganisasi secara sistematis. Selain itu, matematika merupakan ilmu pengetahuan tentang penalaran yang logis dan masalah yang berhubungan dengan bilangan. Bahkan dia mengartikan matematika sebagai ilmu bantu dalam menginterpretasikan berbagai ide dan kesimpulan.

h. Bourne, dalam Romberg, 1992

Matematika sebagai konstruktivisme sosial dengan penekanannya pada *knowing how*, yaitu pembelajar dipandang sebagai makhluk yang aktif dalam mengkonstruksi ilmu pengetahuan dengan cara berinteraksi dengan

lingkungannya. Hal ini berbeda dengan pengertian knowing that yang dianut oleh kaum absolutis, di mana pebelajar dipandang sebagai makhluk yang pasif dan seenaknya dapat diisi informasi dari tindakan hingga tujuan.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa matematika merupakan ilmu pengetahuan yang mempelajari struktur yang abstrak dan pola hubungan yang ada didalamnya. Ini berarti bahwa belajar matematika pada hakekatnya adalah belajar konsep, struktur konsep dan mencari hubungan antar konsep dan strukturnya. Ciri khas matematika yang deduktif aksiomatis ini harus diketahui oleh guru sehingga mereka dapat membelajarkan matematika dengan tepat, mulai dari konsep-konsep sederhana sampai yang kompleks.

B. Matematika adalah ilmu Deduktif

Matematika dikenal sebagai ilmu deduktif, karena proses mencari kebenaran (generalisasi) dalam matematika berbeda dengan ilmu pengetahuan alam dan ilmu pengetahuan yang lain. Metode yang pencarian kebenaran yang dipakai adalah metode deduktif, tidak dapat dengan cara induktif. Pada ilmu pengetahuan alam adalah metode induktif dan eksperimen.

Walaupun dalam matematika mencari kebenaran itu dapat dimulai dengan cara induktif, tetapi sterusnya generalisasi yang benar untuk semua keadaan harus bisa di buktikan dengan cara deduktif. Dalam matematika suatu generalisasi dari sifat, teori atau dalil itu dapat diterima kebenarannya sesudahnya dibuktikan secara deduktif.

Berikut adalah beberapa contoh pembuktian dalil atau generalisasi pada matematika. Dalil atau generalisasi dibenarkan dalam matematika karena sudah dapat dibuktikan secara deduktif.

Contoh 1

Bilangan ganjil ditambah bilangan ganjil adalah bilangan genap. Misalnya kita ambil beberapa buah bilangan ganjil, baik ganjil positif atau ganjil negatif yaitu 1, 3, 5, 7.

+	1	3	5	7
1	2	4	6	7
3	4	6	8	10
5	6	8	10	12
7	8	10	12	14

Dari tabel diatas, terlihat bahwa untuk setiap bilangan dua ganjil jika dijumlahkan hasilnya selalu genap. Pembuktian dengan cara induktif ini harus dibuktikan lagi dengan cara deduktif.

Pembuktian secara deduktif sebagai berikut :

Misalkan :

a dan b adalah sembarang bilangan bulat, maka $2a$ bilangan genap dan $2b$ bilangan genap, maka $2a + 1$ bilangan ganjil dan $2b + 1$ bilangan ganjil.

Jika dijumlahkan :

$$(2a + 1) + (2b + 1) =$$

$$2a + 2b + 2 =$$

$$2(a + b + 1) =$$

Karena a dan b bilangan bulat maka $(a + b + 1)$ juga bilangan bulat, sehingga $2(a + b + 1)$ adalah bilangan genap.

Jadi bilangan ganjil + bilangan ganjil = bilangan genap (generalisasi)

Contoh 2

Jumlah ketiga sudut dalam sebuah segitiga sama dengan 1800.

Misalkan :

Siswa mengukur ketiga sudut sebuah segitiga dengan busur derajat dan menjumlahkan ketiga sudut tersebut, ternyata hasilnya sama dengan 1800. Walaupun proses pengukuran dan penjumlahan ketiga sudut ini diberlakukan kepada segitiga-segitiga yang lain dan hasilnya selalu sama dengan 1800, tetap kita tidak dapat menyimpulkan bahwa jumlah ketiga sudut dalam sebuah segitiga sama dengan 1800, sebelum membuktikan secara deduktif.

Pembuktian secara deduktif sebagai berikut :

Garis a // garis b, dipotong oleh garis c dan garis d, maka terbentuk $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4, \angle 5$.

$$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 1800 \text{ (membentuk sudut lurus)}$$

$$\angle 1 = \angle 4 \text{ (sudut-sudut bersebrangan dalam)}$$

$$\angle 3 = \angle 5 \text{ (sudut-sudut bersebrangan dalam)}$$

$$\text{Maka : } \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 1800$$

Karena $\angle 4 + \angle 2 + \angle 5$ merupakan jumlah dari ketiga buah sudut pada sebuah segitiga, maka dapat disimpulkan bahwa jumlah ketiga sudut dalam sebuah segitiga sama dengan 1800.

Kesimpulan yang didapat dengan cara deduktif ini barulah dapat dikatakan dalil atau generalisasi.

Dalil-dalil dan rumus matematika itu ditentukan secara induktif (eksperimen), tetapi begitu suatu dalil ditemukan maka generalisasi itu harus dibuktikan kebenarannya secara deduktif.

Pada pembelajaran matematika di SD pembuktian dengan cara deduktif masih sulit dilaksanakan. Karena itu siswa SD hanya melakukan eksperimen (metode induktif). Percobaan-percobaan inipun masih menggunakan benda-benda konkrit (nyata). Untuk pembuktian deduktif masih sulit dilaksanakan karena pembuktian deduktif lebih abstrak dan menuntut siswa mempunyai pengetahuan-pengetahuan siswa yang sebelumnya.

Contoh : Pada pembuktian bilangan ganjil ditambah ganjil sama dengan bilangan genap siswa harus sudah mengerti bilangan ganjil, genap, bulat dan dapat menyelesaikan dalam bentuk umum bilangan-bilangan tersebut.

Matematika yang merupakan ilmu deduktif, aksiomatik, formal, hirarkis, abstrak, bahasa symbol yang padat arti dan semacamnya adalah sebuah system matematika. Sistem matematika berisikan model-model yang dapat digunakan untuk mengatasi persoalan-persoalan nyata. Manfaat lain yang menonjol adalah matematika dapat membentuk pola pikir orang yang mempelajarinya menjadi pola piker matematis yang sistematis, logis, kritis dengan penuh kecermatan.

Selain mengetahui karakteristik matematika, guru SD perlu juga mengetahui taraf perkembangan siswa SD secara baik dengan mempertimbangkan karakteristik ilmu matematika dan siswa yang belajar. Anak usia SD sedang mengalami perkembangan dalam tingkat berfikirnya. Taraf berfikirnya belum formal dan relatif masih kongkret, bahkan untuk sebagian anak SD kelas rendah masih ada yang pada tahap pra-kongkret belum memahami hokum kekekalan, sehingga sulit mengerti konsep-konsep operasi, seperti penjumlahan, pengurangan, pembagian, dan perkalian. Sedangkan anak SD pada tahap berfikir kongkret sudah bisa

memahami hukum kekekalan, tetapi belum bisa diajak untuk berfikir secara deduktif sehingga pembuktian dalil-dalil matematika sulit untuk dimengerti oleh siswa.

Siswa SD kelas atas (lima dan enam, dengan usia 11 tahun ke atas) sudah pada tahap berfikir formal. Siswa ini sudah bisa berfikir secara deduktif. Dari uraian di atas sudah jelas adanya perbedaan karakteristik matematika dan siswa SD. Oleh karenanya diperlukan adanya kemampuan khusus dari seorang guru untuk menjembatani antara dunia anak SD yang sebagian besar belum berfikir secara deduktif untuk mengerti ilmu matematika yang bersifat deduktif. Apa yang dianggap logis dan jelas oleh para ahli matematika dan apa yang dapat diterima oleh orang yang berhasil mempelajarinya (termasuk guru). Bisa jadi merupakan hal yang membingungkan dan tidak masuk akal bagi siswa SD.

Problematika pembelajaran matematika SD senantiasa menarik diperbincangkan mengingat kegunaannya yang penting untuk mengembangkan pola pikir dan prasyarat untuk mempelajari ilmu-ilmu eksak lainnya, tetapi masih dirasakan sulit untuk diajarkan secara mudah oleh guru dan sulit diterima sepenuhnya oleh siswa SD. Kegunaan matematika bagi siswa SD adalah sesuatu yang jelas yang tidak perlu dipersoalkan lagi, terlebih pada era pengembangan ilmu pengetahuan dan teknologi dewasa ini. Hal yang terpenting untuk segera dipecahkan dalam masalah pembelajaran matematika SD adalah bagaimanakah mengajarkan matematika sehingga guru dan siswa senang dalam proses belajar mengajar?

C. Matematika adalah ilmu Terstruktur

Matematika merupakan ilmu terstruktur yang terorganisasikan. Hal ini karena matematika dimulai dari

unsur yang tidak didefinisikan. Untuk mempelajari matematika, konsep sebelumnya yang menjadi prasyarat, harus benar-benar dikuasai agar dapat memahami topik atau konsep selanjutnya.

Dalam pembelajaran matematika guru seharusnya menyiapkan kondisi siswanya agar mampu menguasai konsep-konsep yang akan dipelajari mulai dari yang sederhana sampai yang lebih kompleks.

Contoh seorang siswa yang akan mempelajari sebuah volume kerucut haruslah mempelajari mulai dari lingkaran, luas lingkaran, bangun ruang dan akhirnya volume kerucut. Untuk dapat mempelajari topik volume balok, maka siswa harus mempelajari rusuk / garis, titik sudut, sudut, bidang datar persegi dan persegi panjang, luas persegi dan persegi panjang, dan akhirnya volume balok.

1. Struktur matematika adalah sebagai berikut :

a. Unsur-unsur yang tidak didefinisikan

Misal: titik, garis, lengkungan, bidang, bilangan dll. Unsur-unsur ini ada, tetapi kita tidak dapat mendefinisikannya.

b. Unsur-unsur yang didefinisikan

Dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan maka terbentuk unsur-unsur yang didefinisikan.

Misal: sudut, persegi panjang, segitiga, balok, lengkungan tertutup sederhana, bilangan ganjil, pecahan desimal, FPB dan KPK dll.

Aksioma dan postulat

Dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan dan unsur-unsur yang didefinisikan dapat dibuat asumsi-asumsi yang dikenal dengan aksioma atau postulat.

Misal:

- Melalui 2 titik sembarang hanya dapat dibuat sebuah garis.
- Semua sudut siku-siku satu dengan lainnya sama besar.
- Melalui sebuah titik hanya dapat dibuat sebuah garis yang tegak lurus ke sebuah garis yang lain.
- Sebuah segitiga tumpul hanya mempunyai sebuah sudut yang lebih besar dari 90°.

Aksioma tidak perlu dibuktikan kebenarannya tetapi dapat diterima kebenarannya berdasarkan pemikiran yang logis.

c. Dalil atau teorema

Dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan dan aksioma maka disusun teorema-teorema atau dalil-dalil yang kebenarannya harus dibuktikan dengan cara deduktif.

Misal:

- Jumlah 2 bilangan ganjil adalah genap
- Jumlah ketiga sudut pada sebuah segitiga sama dengan 180°
- Jumlah kuadrat sisi siku-siku pada sebuah segitiga siku-siku sama dengan Kuadrat sisi miringnya.

D. Matematika adalah ilmu tentang pola dan hubungan

Matematika disebut sebagai ilmu tentang pola karena pada matematika sering dicari keseragaman seperti keturunan, keterkaitan pola darisekumpiulan konsep-konsep tertentu atau model yang merupakan representasinya untuk membuat generalisasi.

Misal : Jumlah a bilangan genap selamanya sama dengan a^2 .

Contoh : $a = 1$ maka jumlahnya $= 1^2 = 1$