



PEMAHAMAN OPERASI ALJABAR DAN HAMBATAN EPISTEMOLOGIS: Perspektif Siswa Madrasah Tsanawiyah

Dela Rohimatunnisa
Sufyani Prabawanto
M. Gilar Jatisunda
Erik Santoso

$$A^2 + 2$$



**PEMAHAMAN OPERASI ALJABAR
DAN HAMBATAN EPISTEMOLOGIS:
Perspektif Siswa Madrasah Tsanawiyah**

PEMAHAMAN OPERASI ALJABAR DAN HAMBATAN EPISTEMOLOGIS: Perspektif Siswa Madrasah Tsanawiyah

Dela Rohimatunnisa
Sufyani Prabawanto
M. Gilar Jatisunda
Erik Santoso



PEMAHAMAN OPERASI ALJABAR DAN HAMBATAN EPISTEMOLOGIS: Perspektif Siswa Madrasah Tsanawiyah

Penulis:

Dela Rohimatunnisa
Sufyani Prabawanto
M. Gilar Jatisunda
Erik Santoso

Editor:

Sudianto

Layouter :

Tim Kreatif PRCI

Cover:

Rusli

Cetakan Pertama : Februari 2025

Hak Cipta 2025, pada Penulis. Diterbitkan pertama kali oleh:

**Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
ANGGOTA IKAPI JAWA BARAT**

Pondok Karisma Residence Jalan Rafflesia VI D.151
Panglayungan, Cipedes Tasikmalaya – 085223186009

Website : www.rcipress.rcipublisher.org
E-mail : rumahcemerlangindonesia@gmail.com

Copyright © 2024 by Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia
All Right Reserved

- Cet. I – : Perkumpulan Rumah Cemerlang Indonesia, 2025
; 14,8 x 21 cm
ISBN

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak buku ini dalam bentuk dan dengan
cara apapun tanpa izin tertulis dari penulis dan penerbit

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang
Hak Cipta Pasal 72

Undang-undang No.19 Tahun 2002 Tentang Hak Cipta
Pasal 72

Barang siapa dengan sengaja melanggar dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksud dalam pasal ayat (1) atau pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling sedikit 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp.1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana penjara paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.5.000.000.000,00 (lima miliar rupiah).

Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran hak cipta terkait sebagai dimaksud pada ayat (1) dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp.500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah)

KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT, atas rahmat dan karunia-Nya sehingga buku ini yang berjudul “Pemahaman Operasi Aljabar dan Hambatan Epistemologis: Perspektif Siswa Madrasah Tsanawiyah” dapat tersusun dan diselesaikan dengan baik. Buku ini merupakan hasil refleksi dari kegiatan kajian yang dilakukan secara mendalam, dengan fokus pada bagaimana siswa madrasah memahami konsep operasi aljabar serta hambatan epistemologis yang mereka alami dalam proses pembelajaran.

Pembelajaran matematika, khususnya pada materi aljabar, sering kali menjadi tantangan tersendiri bagi siswa. Banyak dari mereka mengalami kesulitan bukan semata-mata karena kerumitan simbol atau prosedur, tetapi juga karena adanya kesenjangan antara pengetahuan awal siswa dengan struktur logis matematika yang diajarkan. Melalui buku ini, penulis berupaya menghadirkan analisis yang menyeluruh, mulai dari konsep dasar aljabar, teori learning obstacles, hingga pendekatan praksiologi dan studi kasus terhadap beberapa siswa di Madrasah Tsanawiyah.

Penulis berharap buku ini dapat menjadi rujukan yang bermanfaat bagi guru, peneliti, mahasiswa pendidikan, serta siapa pun yang peduli terhadap pengembangan pembelajaran matematika yang lebih bermakna. Ucapan terima kasih penulis sampaikan kepada semua pihak yang telah mendukung penyusunan buku ini, khususnya kepada siswa-siswa yang telah bersedia menjadi subjek kajian dan memberikan data yang sangat berharga.

Akhir kata, semoga buku ini dapat memberikan kontribusi nyata dalam upaya meningkatkan kualitas pembelajaran matematika di madrasah maupun sekolah pada umumnya

Februari 2025, Penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	I
DAFTAR ISI	III
BAB I DARI KELAS KE KAJIAN: REALITAS DAN TANTANGAN PEMBELAJARAN ALJABAR	1
BAB II OPERASI ALJABAR DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA	11
A. Konsep Aljabar	11
B. Operasi Aljabar	13
BAB III <i>LEARNING OBSTACLES</i> : TEORI, JENIS, DAN IMPLIKASINYA	18
A. <i>Learning Obstacles</i> , Apa dan Bagaimana?	18
B. Epistemological Obstacles	20
C. Analisis <i>Epistemological Obstacles</i> Pada Materi Operasi Aljabar	23
D. Pendekatan Didaktik Untuk Mengatasi Learning Obstacles	24
BAB IV STRATEGI MENGUNGKAP HAMBATAN BELAJAR SISWA	28
BAB V MEMBEDAH OPERASI ALJABAR: ANTARA KONSEP DAN PEMAHAMAN	36
A. Scholarly Knowledge	38

B. Knowledge to be Taught	44
 BAB VI PENDEKATAN PRAKSILOGI TERHADAP KONSEP OPERASI ALJABAR	 51
A. Pendekatan Praksiologi Terhadap Konsep Teori Grup Pada Buku Perguruan Tinggi	52
B. Pendekatan Praksiologi Terhadap Materi Operasi Aljabar Pada Buku Ajar Sekolah	65
 BAB VII OPERASI ALJABAR DAN HAMBATAN EPISTEMOLOGIS: PERSPEKTIF SISWA MADRASAH TSANAWIYAH	 85
 DAFTAR PUSTAKA	 99

BAB I

DARI KELAS KE KAJIAN: REALITAS DAN TANTANGAN PEMBELAJARAN ALJABAR

Pendidikan berperan sangat penting dalam membentuk sumber daya manusia yang berkualitas, khususnya dalam mengembangkan potensi individu untuk mencapai cita-cita atau tujuan yang diinginkan (Ripit Apriliana et al., 2021). Pendidikan bukan hanya sekadar proses transfer ilmu pengetahuan, melainkan juga sarana strategis dalam membentuk pribadi yang unggul dan berdaya saing. Pendidikan memungkinkan setiap individu untuk mengenali serta mengembangkan potensi yang dimiliki, baik dari segi intelektual, emosional, maupun keterampilan praktis. Dengan potensi yang terasah melalui Pendidikan yang berkualitas, seseorang akan lebih siap dalam meraih cita-cita dan menghadapi berbagai tantangan kehidupan. Oleh karena itu pendidikan menjadi faktor kunci dalam menciptakan generasi yang produktif, mandiri, dan mampu berkontribusi terhadap pembangunan bangsa. Hal ini sejalan dengan perundang-undangan tentang Sistem Pendidikan No.20 tahun 2003, yang mengatakan bahwa Pendidikan merupakan usaha sadar dan terencana untuk mewujudkan suasana belajar dan pembelajaran agar peserta didik secara aktif mengembangkan potensi dirinya untuk memiliki kekuatan sepirtual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, akhlak mulia serta keterampilan yang diperlukan dirinya dan Masyarakat. Tujuan pendidikan adalah untuk mengembangkan potensi dan

meningkatkan kecerdasan individu secara optimal. Dengan tujuan tersebut, diharapkan setiap individu dapat memperoleh pendidikan yang baik, sehingga mereka memiliki pengetahuan, kreativitas, dan rasa tanggung jawab (Fajarwati et al., 2023).

Salah satu mata pelajaran yang sangat penting dalam pendidikan adalah matematika (Sinaga et al., 2022). Matematika adalah cabang ilmu yang mencakup serangkaian konsep, seperti operasi, angka, simbol, dan pola yang bersifat pasti (Nurhikmayati, 2019). Matematika adalah ilmu yang bersifat pasti dan memiliki ciri khas, yaitu setiap konsep yang dipelajari disusun dengan terstruktur dan runtut secara algoritmik (Herawati & Kadarisma, 2021). Matematika adalah ilmu yang terus berkembang seiring dengan tuntutan teknologi yang semakin maju. Oleh karena itu, matematika diajarkan di setiap jenjang dan jenis pendidikan, dengan materi yang disesuaikan dengan kebutuhan pada masing-masing tingkat pendidikan (Kamarullah, 2017). Matematika merupakan salah satu mata pelajaran yang diajarkan di sekolah, mulai dari tingkat sekolah dasar hingga perguruan tinggi (Firda & Juandi, 2023).

Menurut *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM, 2000), pendidikan matematika bertujuan untuk menyediakan pengalaman belajar yang menekankan pada pemahaman konsep dan prosedur matematika, serta pengembangan keterampilan untuk memecahkan masalah. Hal ini dapat dilakukan dengan memberikan siswa kesempatan untuk bekerja dengan berbagai representasi matematika (misalnya, simbol, grafik, tabel), serta menghubungkan matematika dengan kehidupan nyata. Selain itu, dalam PISA (*Program for International Student Assessment*), pendidikan matematika diharapkan dapat

memberikan siswa keterampilan berpikir kritis dan analitis, serta mempersiapkan mereka untuk menghadapi tantangan dunia yang semakin kompleks dan berbasis teknologi. PISA menekankan pentingnya pengembangan kemampuan siswa untuk mengaitkan pengetahuan matematika dengan konteks kehidupan sehari-hari, sehingga mereka dapat mengambil keputusan yang rasional dan logis berdasarkan data serta informasi yang ada (OECD, 2018). Menurut Van Hiele, (1986) pendidikan matematika harus menyediakan pemahaman yang bersifat bertahap, di mana siswa berkembang melalui berbagai tingkat pemahaman yang lebih mendalam terhadap konsep-konsep matematika. Hal ini mencakup pemahaman dasar tentang angka dan operasi dasar, serta pengembangan keterampilan dalam analisis geometri, aljabar, dan teori angka.

Salah satu materi yang dipelajari dalam pembelajaran matematika yaitu operasi aljabar. Aljabar merupakan salah satu cabang dari matematika yang dipelajari di sekolah. Aljabar adalah cabang matematika yang memanfaatkan simbol atau huruf yang digunakan untuk mewakili bilangan atau nilai tertentu dalam suatu persamaan atau pertidaksamaan (Sarumaha & Kurniasih, 2022). Aljabar adalah salah satu bagian penting dalam matematika (Sulistiawati et al., 2015). Salah satu tujuan penting dalam mempelajari aljabar adalah untuk mengasah kemampuan berpikir secara logis dan abstrak. Melalui penggunaan simbol, kita dapat merepresentasikan pola serta hubungan antar bilangan yang kemudian dapat diaplikasikan dalam berbagai konteks kehidupan sehari-hari. (Allen et al., 2020). Dalam tingkat yang lebih tinggi, aljabar tidak hanya digunakan dalam memecahkan masalah sehari-hari, tetapi juga menghubungkan berbagai konsep matematika lainnya,

seperti geometri dan kalkulus (Firda & Juandi, 2023). Penerapan aljabar dalam kehidupan sehari-hari mencakup berbagai bidang, seperti teknologi, keuangan, ilmu pengetahuan, rekayasa, perencanaan operasional, dan lain sebagainya (Mulungye, 2016). Oleh karena itu, mempelajari aljabar membuka jalan untuk memahami lebih dalam tentang struktur dan hubungan dalam matematika, serta bagaimana konsep-konsep tersebut dapat diterapkan dalam berbagai bidang ilmu.

Penguasaan konsep dasar aljabar merupakan prasyarat yang penting bagi siswa dalam memahami dan menguasai materi-materi matematika pada jenjang berikutnya. Hal ini disebabkan karena aljabar tidak hanya menjadi landasan dalam pengembangan kompetensi matematika yang lebih kompleks seperti fungsi, persamaan, dan geometri analitik, tetapi juga berperan sebagai bahasa simbolik yang esensial dalam menalar, memodelkan, dan menyelesaikan berbagai persoalan matematis. Hal ini sejalan dengan kajian Prambudi & Yunianta (2020) yang menyatakan bahwa Siswa perlu menguasai dasar-dasar aljabar agar tidak mengalami kesulitan dalam mempelajari materi matematika selanjutnya, karena aljabar merupakan dasar dalam pembelajaran matematika. Juga dalam kajian (Riastuti et al., 2023) yang mengatakan bahwa konsep aljabar merupakan dasar dari pembelajaran matematika. Hal ini menunjukkan bahwa aljabar merupakan salah satu materi yang penting dalam matematika. Oleh karena itu penting bagi siswa untuk dapat mempelajari aljabar dengan baik.

Namun pada kenyataannya siswa mengalami kesulitan dalam mempelajari operasi aljabar. Dalam kajian Malihatuddarojah & Prahmana (2019) menyebutkan bahwa siswa sering melakukan kesalahan dalam operasi bentuk

aljabar, seperti menjumlahkan konstanta dengan variabel yang berbeda, serta kesulitan dalam mengoperasikan bentuk aljabar dengan berbagai jenis variabel. Lestari & Suryadi (2020) juga mengatakan bahwa siswa menghadapi berbagai kesulitan dalam menyelesaikan operasi hitung aljabar, yang disebabkan oleh beberapa aspek, seperti pemahaman konsep yang kurang matang dan kesulitan dalam menerapkan aturan-aturan aljabar. Kajian Utami et al., (2023) juga menyebutkan bahwa siswa menghadapi kesulitan dalam belajar aljabar yang mempengaruhi kemampuan berpikir fungsional mereka. Kesulitan tersebut meliputi kurangnya pengetahuan dasar tentang variabel, pendekatan pengajaran yang terlalu fokus pada aspek operasional daripada konsep fungsi yang lebih mendalam, dan keterbatasan pemahaman tentang fungsi dan variabel. Kemudian dalam kajian Moru & Mathunya, (2022) menyebutkan bahwa siswa kelas 8 sering membuat kesalahan yang berulang saat menyederhanakan ekspresi aljabar. Kesalahan tersebut terutama disebabkan oleh penerapan aturan dari pengetahuan sebelumnya yang tidak tepat dan kesalahpahaman terhadap arti yang benar dalam konteks soal. Dengan adanya kesulitan-kesulitan tersebut menunjukkan bahwa siswa mengalami *Learning Obstacles* dengan jenis *epistemological obstacles* yang dominan ketika mempelajari materi operasi aljabar.

Learning Obstacles merupakan keadaan dimana individu menghadapi halangan yang mengganggu kemampuan mereka dalam memahami materi dan menyelesaikan tugas akademik, sehingga dapat mempengaruhi prestasi dan perkembangan belajar secara keseluruhan (Mumtaz et al., 2024). Brousseau & Balacheff (1997) menjelaskan bahwa hambatan belajar dibagi menjadi tiga kategori yaitu *Ontogenic Obstacles*, *Epistemological Obstacles*, dan *Didactical*

Obstacles. Ontogenic Obstacles, yaitu hambatan yang disebabkan oleh keterbatasan siswa dalam perkembangan pribadi atau kesiapan mental untuk belajar. Keterbatasan dalam perkembangan pribadi atau kesiapan mental siswa untuk belajar dipengaruhi oleh aspek emosional dan psikologis, seperti rendahnya motivasi, rasa cemas, atau kesulitan dalam mengatur emosi. *Epistemological Obstacles*, yaitu hambatan yang timbul akibat pengetahuan siswa yang terbatas dalam konteks tertentu. Siswa hanya memahami sebagian dari konsep yang diajarkan, sehingga ketika dihadapkan pada situasi atau konteks yang berbeda mereka akan mengalami kesulitan. *Didactical Obstacles*, yaitu hambatan yang berasal dari metode atau pendekatan yang digunakan oleh guru serta penyampaian materi dalam buku teks.

Salah satu jenis *learning obstacle* yang sering dialami oleh siswa dalam menyelesaikan soal matematika adalah *epistemological obstacle*, yaitu hambatan yang timbul akibat keterbatasan pengetahuan siswa yang masih terbatas pada konteks tertentu atau disebabkan oleh karakteristik konsep matematika yang dimiliki siswa (Ainun et al., 2024). *Epistemological Obstacle* merupakan suatu bentuk hambatan yang berkaitan dengan keterbatasan kemampuan siswa dalam memahami konsep secara mendalam dan menyeluruh (Brousseau & Balacheff, 1997). Menurut Nuban et al., (2020) Dalam kajian *Epistemological Obstacle*, hambatan ini diklasifikasikan menjadi tiga jenis utama, yaitu *Epistemological Concept*, *Epistemological Procedure*, dan *Epistemological Operational Technique*. *Epistemological Concept* yaitu hambatan yang muncul ketika siswa tidak dapat memahami, menjelaskan, atau menunjukkan konsep dasar tertentu. *Epistemological Procedure*, yaitu hambatan

yang terjadi karena ketidakmampuan siswa dalam menyelesaikan soal hingga bentuk paling sederhana, atau karena langkah penyelesaian yang digunakan tidak sesuai dengan prosedur yang diminta dan *Epistemological Operational Technique*, yakni hambatan yang ditandai dengan kesalahan dalam penulisan maupun perhitungan pada operasi matematika yang dilakukan siswa.

Pembelajaran matematika memerlukan pemahaman yang mendalam, bukan sekadar hafalan. Pembelajaran matematika yang efektif tidak hanya mengandalkan hafalan rumus atau prosedur, tetapi lebih menekankan pada pemahaman konsep yang mendalam, yang memungkinkan siswa untuk menghubungkan ide-ide dan menerapkan pengetahuan mereka dalam berbagai konteks. Menurut Hiebert & Grouws, (2007) pembelajaran matematika yang efektif memerlukan pemahaman yang mendalam tentang konsep-konsep dasar, yang memungkinkan siswa untuk menerapkan pengetahuan mereka dalam berbagai situasi dan memecahkan masalah secara kreatif.

Menurut teori pembelajaran konstruktivisme, seperti yang dijelaskan oleh Piaget dan Vygotsky, pemahaman yang mendalam tentang konsep-konsep matematika dapat meningkatkan motivasi siswa, karena mereka merasa lebih mampu mengaitkan pengetahuan yang baru dengan pengetahuan yang sudah dimiliki, yang memperkaya pengalaman belajar mereka. Sebaliknya, hanya mengandalkan hafalan dapat mengurangi keterlibatan siswa dan menurunkan motivasi mereka untuk belajar lebih lanjut.

Pembelajaran matematika harus melibatkan pengalaman yang relevan secara kognitif dan kontekstual. Pembelajaran matematika yang melibatkan pengalaman relevan secara kognitif dan kontekstual penting untuk

meningkatkan pemahaman dan motivasi siswa. Pembelajaran kognitif, yang disesuaikan dengan cara berpikir siswa, mendukung pemahaman konsep secara lebih mendalam, sejalan dengan teori konstruktivisme yang menyatakan bahwa pengetahuan baru sebaiknya dibangun berdasarkan pengetahuan yang sudah ada (Dale H. Schunk, 2016). Selain itu, pembelajaran kontekstual yang menghubungkan konsep matematika dengan situasi kehidupan nyata dapat meningkatkan motivasi siswa untuk belajar, karena mereka dapat melihat penerapan langsung dari konsep-konsep yang dipelajari dalam kehidupan sehari-hari (NCTM, 2018).

Hasil observasi yang dilakukan di MTs Negeri 1 Majalengka menunjukkan bahwa siswa mengalami *epistemological Obstacles* dalam mempelajari materi operasi aljabar. Hal ini ditunjukkan oleh hasil tes dan wawancara terhadap siswa kelas VII pada materi operasi aljabar. Berikut ditunjukkan soal tes siswa kelas VII.

Sederhanakan bentuk aljabar berikut dengan menggunakan sifat-sifat dan operasi aljabar.

a. $4(x + 2) + 3(x - 1)$

b. $\frac{3}{4}(2x - 3) - \frac{1}{4}(3x + 2)$

Gambar 1.1 **Soal Tes Siswa**

Berdasarkan soal tes siswa kelas VII pada gambar 1.1 menunjukkan bahwa soal tersebut terdiri dari 2 buah soal materi operasi aljabar. Berikut ditunjukkan jawaban siswa ketika menyelesaikan soal tersebut.

$$\begin{array}{lcl}
 a & 4(x+2) + 3(x-1) & b. \frac{3}{4}(2x-3) - \frac{1}{4}(3x+2) \\
 & = 4 + 3 + x + x + 2 - 1 & \\
 & = \underline{7 + x^2 + 1} & = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} + 2x - 3x + 3 + 2 \\
 & & = 11
 \end{array}$$

Gambar 1.2
Jawaban Siswa

Berdasarkan jawaban siswa terlihat bahwa siswa tidak dapat menyelesaikan soal mengenai operasi aljabar dengan baik. Siswa mengalami kesulitan dalam mengaplikasikan sifat-sifat operasi aljabar seperti sifat distributif, hal ini dikarenakan siswa tidak menguasai aritmatika dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Ketika siswa tidak menguasai operasi dasar dengan baik, mereka akan kesulitan ketika menerapkan operasi tersebut ke dalam bentuk aljabar. Hal tersebut menunjukkan bahwa siswa mengalami *Epistemological Obstacles* yaitu hambatan yang diakibatkan oleh keterbatasan pemahaman siswa pada materi tertentu. Selain itu, dalam menyelesaikan soal yang melibatkan ekspresi aljabar, banyak siswa yang mengalami kesulitan dalam menyederhanakan ekspresi aljabar dengan tepat, terutama dalam menjumlahkan suku-suku yang sejenis, hal tersebut disebabkan karena setiap siswa memiliki tingkat kemampuan berpikir yang berbeda-beda sesuai dengan tahap perkembangan kognitif mereka. Siswa yang masih terbiasa dengan operasi aritmetika konkret merasa kesulitan ketika beralih ke aljabar, yang melibatkan pemahaman simbol dan variabel yang bersifat tidak tetap.

Hal ini sejalan dengan hasil wawancara terhadap siswa yang menyatakan bahwa siswa mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal berbentuk aljabar mereka belum memahami konsep dasar operasi dalam aljabar. Banyak

siswa tidak mengetahui bahwa langkah pertama yang harus dilakukan adalah menerapkan sifat distributif, yaitu dengan mengalikan angka di luar kurung dengan setiap suku di dalam kurung. Akibatnya, siswa sering langsung menjumlahkan atau menggabungkan semua angka dan variabel secara sembarangan tanpa memperhatikan aturan operasi matematika yang benar, hal tersebut menunjukkan bahwa mereka belum memahami proses pengerjaan yang sesuai. Selain itu, kesulitan semakin bertambah ketika siswa tidak mampu mengidentifikasi suku sejenis. Dalam soal ini, karena siswa tidak bisa membedakan mana suku yang bisa digabungkan, siswa kerap menggabungkan variabel dan konstanta tanpa aturan, mencampurkan semua angka sehingga menjadi hasil yang tidak relevan. Selain lemahnya pemahaman konsep aljabar, hasil wawancara juga mengungkapkan bahwa sebagian siswa belum menguasai aritmatika dasar, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian. Hal ini menyebabkan proses distribusi pun menjadi keliru. Kesulitan-kesulitan ini berdampak pada rendahnya kepercayaan diri siswa dalam mengerjakan soal aljabar, serta membuat mereka enggan untuk mencoba lebih lanjut karena merasa bingung dan takut salah.

Dengan adanya kesulitan-kesulitan yang dialami siswa dalam mempelajari materi operasi aljabar tersebut menandakan bahwa siswa mengalami *Epistemological Obstacles* dalam proses belajar sehingga pembelajaran yang dialami oleh siswa belum sesuai dengan apa yang di harapkan. Oleh karena itu perlu adanya suatu analisis beserta sebuah desain didaktis sebagai alternatif solusi untuk meminimalisir *Epistemological Obstacles* yang dialami siswa tersebut. khususnya pada materi operasi aljabar.

BAB II

OPERASI ALJABAR DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA

A. Konsep Aljabar

Aljabar adalah cabang matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh Alkhawarizmi pada abad kesembilan di Baghdad. Kata "aljabar" berasal dari istilah Arab "al jebr," yang dapat diartikan sebagai "penyatuan," yang menggambarkan metode untuk menggabungkan suku-suku dalam suatu persamaan guna menyelesaikannya (Pinter, 2010). Dalam matematika, aljabar merujuk pada cabang ilmu yang menggunakan simbol-simbol, huruf, dan angka untuk mewakili dan menyelesaikan masalah numerik dan fungsional.

Karp & Schubring, (2014) menjelaskan bahwa sejarah pengajaran aljabar menggambarkan perkembangan penting dalam pendidikan matematika. Dari zaman kuno hingga renaissance, aljabar diajarkan secara lisan, dengan fokus pada penerapan praktis dalam geometri dan aritmetika. Pada abad ke-17 hingga ke-18, aljabar berkembang melalui buku teks cetak yang memperkenalkan notasi dan pemahaman yang lebih mendalam tentang persamaan polinomial, dengan tokoh-tokoh seperti Descartes dan Clairaut berperan besar. Pada abad ke-19, aljabar mulai menjadi bagian penting dari pendidikan menengah, dengan pendekatan yang lebih terstruktur dan metodis, meskipun cara pengajarannya bervariasi di tiap negara. Pada abad ke-20, pengajaran aljabar mengalami perubahan besar, termasuk munculnya gerakan matematika modern dan perdebatan tentang apakah

matematika harus diajarkan sebagai serangkaian sub-subjek terpisah atau sebagai satu kesatuan yang utuh. Secara keseluruhan, aljabar berkembang dari alat praktis menjadi dasar teori matematika yang lebih kompleks, dan kini menjadi komponen penting dalam pendidikan formal di seluruh dunia.

(Pinter, 2010) juga menjelaskan bahwa sejarah aljabar menunjukkan perjalanan panjang dari upaya penyelesaian persamaan matematika menuju perkembangan konsep-konsep yang lebih kompleks dan aplikatif. Pada zaman klasik, aljabar berfokus pada penyelesaian persamaan, dengan puncaknya pada abad keenam belas ketika matematikawan berhasil menemukan solusi untuk persamaan kubik dan kuartik. Perkembangan pesat terjadi di Italia selama renaissans, dengan kontribusi besar dari tokoh-tokoh seperti Cardano dan Ferrari. Meskipun banyak kemajuan yang dicapai, masalah persamaan derajat lima dan lebih tinggi tetap menjadi tantangan hingga akhirnya dibuktikan oleh Niels Abel pada abad ke-19 bahwa tidak ada rumus umum untuk menyelesaikannya, menandai berakhirnya era klasik aljabar.

Pada zaman modern, aljabar berkembang lebih jauh, tidak hanya sebagai alat untuk menyelesaikan persamaan, tetapi juga sebagai cabang matematika yang lebih luas dan aplikatif. Penemuan-penemuan baru oleh matematikawan yang bekerja secara independen mengarah pada pemahaman yang lebih mendalam tentang aljabar dan penerapannya dalam berbagai bidang matematika.

B. Operasi Aljabar

1. Konsep Operasi Aljabar

Operasi aljabar adalah dasar dari perhitungan matematika (Herawati & Kadarisma, 2021). Operasi aljabar melibatkan serangkaian prosedur yang diterapkan pada ekspresi aljabar untuk menyederhanakan atau menyelesaikannya, seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, eksponensial, dan pempfaktoran. Dalam pengertian yang lebih luas, operasi aljabar mengacu pada serangkaian prosedur untuk memanipulasi ekspresi yang melibatkan bilangan dan variabel melalui penerapan prinsip-prinsip dasar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, dan aturan-aturan terkait lainnya (Foerster, 2006). Aljabar tidak hanya tentang menghitung angka, tetapi juga mengungkapkan hubungan antar variabel dalam bentuk yang lebih umum dan abstrak. Secara umum, operasi aljabar digunakan untuk mengelola ekspresi yang melibatkan variabel dan konstanta. Menurut (Sukmadinata, 2017), penguasaan operasi aljabar menjadi salah satu landasan penting untuk memahami konsep-konsep matematika yang lebih kompleks, seperti persamaan linear, fungsi kuadrat, dan kalkulus. Operasi aljabar mengharuskan siswa untuk menguasai aturan-aturan dasar, seperti hukum distribusi, asosiasi, dan komutatif, yang kadang-kadang dapat menyebabkan kesulitan dalam penerapannya jika siswa tidak memiliki pemahaman yang kuat.

Salah satu konsep inti dalam aljabar adalah penggunaan variabel. Variabel adalah simbol yang digunakan untuk mewakili nilai yang tidak diketahui atau dapat berubah. Variabel memungkinkan kita untuk

menyelesaikan masalah yang lebih kompleks, di mana angka atau nilai tidak selalu tersedia atau diketahui sebelumnya. Operasi aljabar memungkinkan kita untuk mengekspresikan hubungan ini dan menemukan nilai yang memenuhi suatu kondisi atau persamaan matematika (James Stewart, 2010).

Konsep dasar dari operasi aljabar melibatkan dua hal utama:

1) Manipulasi Ekspresi Aljabar

Manipulasi ekspresi aljabar yaitu proses untuk mengubah atau menyederhanakan ekspresi aljabar, misalnya dalam penjumlahan, pengurangan, perkalian, pembagian, serta penggunaan identitas aljabar. Ekspresi ini bisa berupa suku-suku yang terdiri dari bilangan (koefisien) dan variabel yang terhubung dengan berbagai operasi.

2) Penyelesaian Persamaan dan Sistem Persamaan

Di dalam aljabar, persamaan merupakan bagian penting yang menggambarkan hubungan antara variabel yang harus dipenuhi untuk mendapatkan solusi. Ini bisa berupa persamaan linear, kuadrat, atau lebih kompleks seperti persamaan rasional atau eksponensial.

2. Karakteristik Operasi Aljabar

1) Penggunaan Variabel

Penggunaan variabel adalah ciri khas utama dalam aljabar. Variabel menggantikan angka yang tidak diketahui dan memberikan fleksibilitas dalam menyelesaikan masalah. Sebagai contoh, dalam persamaan linear $2x + 5 = 11$, variabel x berfungsi untuk menggantikan nilai yang harus ditemukan. Variabel memungkinkan generalisasi dalam

menyelesaikan masalah matematika, di mana hubungan antara angka bisa dinyatakan dalam bentuk yang lebih fleksibel dan universal (J. Stewart, 2008).

2) Penerapan Sifat-Sifat Operasi

Dalam aljabar, ada berbagai sifat yang mengatur operasi matematika:

a) Sifat Komutatif

Sifat ini menyatakan bahwa urutan bilangan dalam penjumlahan dan perkalian tidak mempengaruhi hasil, seperti $a + b = b + a$ dan $ab = ba$

b) Sifat Asosiatif

Sifat ini menyatakan bahwa pengelompokan bilangan dalam operasi penjumlahan atau perkalian tidak mempengaruhi hasil, seperti $(a + b) + c = a + (b + c)$ dan $(ab)c = a(bc)$

c) Sifat Distributif

Sifat ini mengatur hubungan antara perkalian dan penjumlahan/pengurangan, seperti $a(b + c) = ab + ac$ dan $a(b - c) = ab - ac$

Sifat-sifat ini menjadi dasar untuk memanipulasi ekspresi aljabar dan memecahkan persamaan dalam berbagai bentuk (Stewart, 2010).

3) Penjumlahan dan Pengurangan Ekspresi Aljabar

Penjumlahan dan pengurangan dalam aljabar dilakukan dengan cara menggabungkan suku-suku yang memiliki variabel dan pangkat yang sama. Jika suku-suku tersebut tidak sejenis, maka mereka tidak bisa digabungkan. Sebagai contoh, dalam ekspresi $3x + 2x$, kedua suku tersebut dapat digabungkan menjadi $5x$. Namun, jika terdapat ekspresi $3x + 2y$,

mereka tidak bisa digabungkan karena memiliki variabel yang berbeda (Swokowski & Cole, 2011).

4) Perkalian dan Pembagian Ekspresi Aljabar

Perkalian dan pembagian dalam aljabar memiliki aturan yang serupa dengan aritmetika biasa, namun juga melibatkan manipulasi variabel dan eksponen. Misalnya, dalam operasi perkalian, $(2x)(3x) = 6x^2$. Aturan-aturan perkalian juga mencakup sifat distributif, seperti dalam contoh $a(b + c) = ab + ac$. Pembagian aljabar dilakukan dengan membagi koefisien dan mengurangi pangkat dari variabel yang sejenis (Foerster, 2006).

5) Penggunaan Pemangkatan dan Eksponen

Pemangkatan atau eksponen dalam aljabar mengatur operasi perkalian berulang dari suatu angka atau variabel. Pemahaman tentang eksponen sangat penting, karena operasi eksponen memiliki aturan sendiri, seperti $(x^a)(x^b) = x^{a+b}$ dan $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$. Dalam hal ini, eksponen dapat digunakan untuk menggambarkan konsep-konsep yang lebih abstrak, seperti pertumbuhan eksponensial, yang banyak diterapkan dalam konteks dunia nyata.

6) Faktor dan Penyederhanaan

Operasi aljabar juga mencakup proses faktorisasi dan penyederhanaan ekspresi. Faktorisasi melibatkan pemecahan ekspresi menjadi bentuk produk dari dua atau lebih faktor yang lebih sederhana. Misalnya, ekspresi kuadrat $x^2 - 9$ dapat difaktorkan menjadi $(x - 3)(x + 3)$. Penyederhanaan ekspresi dilakukan dengan mengidentifikasi suku-suku yang sejenis dan

menyatukannya atau dengan membagi ekspresi untuk menyederhanakan bentuknya.

BAB III

LEARNING OBSTACLES: TEORI, JENIS, DAN IMPLIKASINYA

A. *Learning Obstacles*, Apa dan Bagaimana?

Dalam proses pembelajaran, siswa sering kali menghadapi kesulitan dalam proses belajar, kesulitan atau hambatan dalam pembelajaran tersebut biasa disebut dengan *Learning obstacles*. *Learning obstacles* atau hambatan pembelajaran merupakan berbagai kendala yang menghalangi siswa dalam mencapai pemahaman dan pencapaian tujuan pembelajaran mereka. Hambatan-hambatan ini bisa muncul dalam berbagai bentuk, baik itu yang berasal dari faktor internal siswa (seperti kesulitan kognitif atau emosional), maupun dari faktor eksternal seperti lingkungan atau metode pengajaran yang tidak sesuai. *Learning obstacles* merujuk pada berbagai kendala atau hambatan yang menghalangi kemampuan seseorang untuk memahami atau menguasai keterampilan akademik, seperti berbicara, mendengarkan, membaca, menulis, berpikir logis, atau matematika. Hambatan ini mengganggu proses belajar dan menghalangi individu dalam menyelesaikan tugas akademik dengan baik (Mumtaz et al., 2024). *Learning Obstacles* muncul karena pemahaman siswa terhadap suatu konsep yang belum sepenuhnya jelas atau menyeluruh (Jatisunda, 2019).

Brousseau, (1997) dalam teori didaktiknya menjelaskan bahwa *learning obstacles* bukan hanya muncul karena keterbatasan kognitif siswa, melainkan juga akibat interaksi antara siswa dan objek pembelajaran yang sedang

dipelajari. Hambatan-hambatan ini perlu diidentifikasi agar proses pembelajaran dapat berlangsung lebih efektif dan siswa dapat mengatasi kendala yang ada. Berdasarkan hal tersebut dapat disimpulkan bahwa hambatan belajar tidak hanya berasal dari keterbatasan kognitif siswa, seperti kurangnya pengetahuan atau keterampilan yang diperlukan untuk memahami materi. Namun, hambatan juga dapat timbul akibat interaksi antara siswa dengan objek pembelajaran yang sedang dipelajari. Hal ini menunjukkan bahwa pemahaman siswa terhadap materi bukan hanya dipengaruhi oleh faktor internal, seperti kemampuan berpikir dan pengetahuan prasyarat, tetapi juga oleh cara materi tersebut disajikan, dikonstruksi, dan dipahami. Interaksi ini dapat menyebabkan siswa mengembangkan pemahaman yang salah atau tidak lengkap mengenai konsep yang diajarkan, sehingga menghambat proses pembelajaran. Sebagai contoh, jika materi yang diberikan terlalu abstrak atau tidak relevan dengan pengalaman dan pengetahuan awal siswa, mereka akan kesulitan untuk menghubungkan konsep-konsep baru dengan yang sudah mereka kuasai. Oleh karena itu, untuk mengatasi hambatan belajar ini, penting bagi pendidik untuk mendesain pembelajaran yang memperhatikan tidak hanya kemampuan kognitif siswa, tetapi juga konteks dan cara materi disampaikan agar sesuai dengan cara berpikir dan pengalaman belajar siswa.

Learning obstacles menurut (Brousseau & Balacheff, 1997) dapat dikategorikan ke dalam tiga jenis yaitu *ontogenic obstacles*, *epistemological obstacles*, dan *didactical obstacles*. *Ontogenic Obstacles* merupakan hambatan yang disebabkan oleh keterbatasan siswa dalam perkembangan pribadi atau kesiapan mental untuk belajar. *Epistemological obstacles* yaitu hambatan yang timbul akibat pengetahuan siswa yang

terbatas dalam konteks tertentu. *Didactical obstacles* merupakan hambatan yang berasal dari metode atau pendekatan yang digunakan oleh guru serta penyampaian materi dalam buku teks.

B. Epistemological Obstacles

Epistemological obstacles yaitu hambatan yang timbul akibat pengetahuan siswa yang terbatas dalam konteks tertentu. Siswa hanya memahami sebagian dari konsep yang diajarkan, sehingga ketika dihadapkan pada situasi atau konteks yang berbeda mereka akan mengalami kesulitan. Pemahaman konsep yang belum lengkap menyebabkan siswa kesulitan dalam menyelesaikan masalah, karena mereka lebih sering menghafal rumus tanpa memahami langkah-langkah penyelesaian yang benar. Siswa kesulitan menerapkan pengetahuan yang telah mereka pelajari sebelumnya untuk menyelesaikan masalah karena masalah yang dihadapi berbeda dari contoh yang pernah diajarkan, yang menunjukkan bahwa mereka belum terbiasa dengan soal-soal yang tidak biasa atau tidak rutin (Rizki R et al., 2022). Rismawati et al., (2018) menyatakan bahwa *epistemological obstacles* muncul akibat keterbatasan konteks yang dimiliki oleh peserta didik. Peserta didik kurang terbiasa dengan soal-soal yang tidak rutin, sehingga mereka sering menghadapi hambatan dalam belajar dan penalaran mereka menjadi kurang terlatih.

Menurut Nuban et al., (2020) Dalam kajian *Epistemological Obstacle*, hambatan ini diklasifikasikan menjadi tiga jenis utama, yaitu *Epistemological Concept*, *Epistemological Procedure*, dan *Epistemological Operational Technique*. *Epistemological Concept* yaitu hambatan yang muncul ketika siswa tidak dapat memahami, menjelaskan,

atau menunjukkan konsep dasar tertentu. *Epistemological Procedure*, yaitu hambatan yang terjadi karena ketidakmampuan siswa dalam menyelesaikan soal hingga bentuk paling sederhana, atau karena langkah penyelesaian yang digunakan tidak sesuai dengan prosedur yang diminta dan *Epistemological Operational Technique*, yakni hambatan yang ditandai dengan kesalahan dalam penulisan maupun perhitungan pada operasi matematika yang dilakukan siswa.

Tabel 2.1

Jenis-jenis *Epistemological Obstacles*

No.	Jenis <i>Epistemological Obstacles</i>	Keterangan
1.	<i>Epistemological Concept</i>	Hambatan yang muncul ketika siswa tidak dapat memahami, menjelaskan, atau menunjukkan konsep dasar tertentu.
2.	<i>Epistemological Procedure</i> ,	Hambatan yang terjadi karena ketidakmampuan siswa dalam menyelesaikan soal hingga bentuk paling sederhana, atau karena langkah penyelesaian yang digunakan tidak sesuai dengan prosedur yang diminta
3.	<i>Epistemological Operational Technique</i>	Hambatan yang ditandai dengan kesalahan dalam penulisan maupun perhitungan pada operasi